as disposições legais em vigor, para a faixa de rolagem de 6,00 m, são constituídas por 4 rodas de 8,4 toneladas, já afectadas do coeficiente dinâmico.

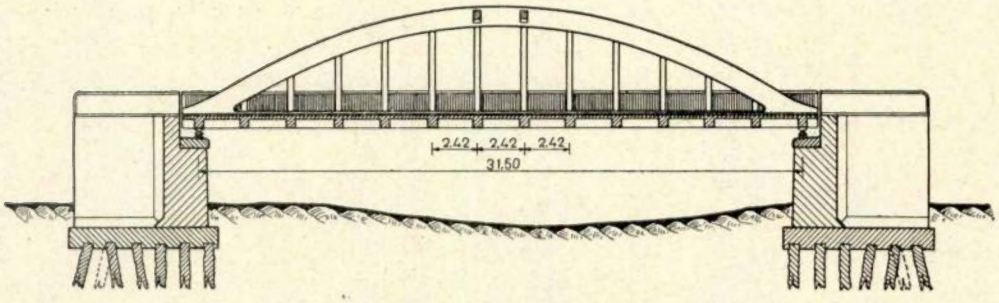
Portanto, cada carlinga será calculada como uma viga simplesmente apoiada e sujeita, além da carga permanente, a 4 cargas concentradas de 8,4 toneladas, nas posições mais desfavoráveis. Ora, uma viga de 7 a 10 metros de vão nestas condições, com a agravante de ter a altura mínima para não aumentar a «altura perdida», é bastante cara; e como o seu número é bastante elevado, a-fim-de reduzir os vãos da laje, a solução do tabuleiro vigado passa a ser muito onerosa.

Cabe então preguntar: não será possível obter-se uma solução mais económica para os tabuleiros quando as condições do problema obrigam a empregar uma ponte tipo «Bow-string»?

O elemento de construção que, por assim dizer, apareceu com a descoberta do betão armado — a laje ou placa — possue uma grande capacidade de distribuïção das cargas concentradas por uma largura muito maior que a restrita zona por elas ocupadas. Essa largura de distribuïção é, de certo modo, em primeira aproximação, função linear do vão da laje o que se pode até concluir, quanto mais não seja, por condições de semelhança.

Resulta, então, que as tensões desenvolvidas numa laje pela acção duma carga concentrada são independentes do vão da laje, dependendo apenas — em primeira aproximação — da relação entre as suas dimensões, em particular, da relação entre os seus lados nas lajes rectangulares. Tanto importa, para a laje apoiada em dois lados, por exemplo, que tenha 1 metro de vão como 1 quilómetro; a sua resistência é a mesma para as cargas concentradas. Por outras palavras, a fadiga do material — ou tensão máxima desenvolvida — pela acção duma carga concentrada, é a mesma quer a laje tenha 1 metro de vão ou 1 quilómetro, desde que a espessura seja igual nos dois casos, não obstante à primeira vista, pareça extranho tal facto.

Corte longitudinal



Desenho n.º 1 — Composição «Bow-string» com tabuleiro constituído por uma laje contínua sôbre carlingas

Ora, nos tabuleiros de pontes, são as cargas concentradas que produzem os maiores esforços. Lembra, portanto, construir os tabuleiros, em questão, por uma simples laje sem nervuvuras, quaisquer que sejam as suas dimensões em planta. O que limita os vãos são as cargas permanentes e as sobrecargas uniformes.

A «regra» de não utilizar lajes com vãos superiores a $2^{m},50$ é falsa para as cargas concentradas e só terá alguma razão de ser para as cargas uniformes. É então necessário estudar até que vão é mais económica a solução da laje sem nervuras quando solicitada por cargas concentradas e por cargas uniformes.

A laje sem nervuras, agora preconizada, para formar o tabuleiro duma composição «Bow-string» apoiar-se-á apenas nos banzos inferiores ou tirantes, suspensos dos banzos superiores ou arcos, por um certo número de montantes. É uma laje apoiada em dois lados paralelos deformáveis (porque os arcos são elásticos e o banzo inferior não tem rigidez suficiente), de grande comprimento em relação à largura.

Mas, como calcular uma laje sem nervuras, provàvelmente de espessura variável, sôbre apoios elásticos, apoios cuja deformabilidade só por si é já de complicada determinação?

Resolver o problema pela análise matemática apresenta sérias complicações e só é possível, na prática, introduzindo hipóteses simplificadoras que fazem perder todo o rigor ao resultado, com a agravante de se cometer o maior êrro na zona de actuação das cargas concentradas que é aonde se deveriam obter valores mais precisos.

Aplicar as indicações regulamentares, dadas para as lajes apoiadas em dois lados, não aconselhamos, porque desconhecemos as condições em que foram deduzidas. Não merecem confiança, porque condicionam a largura de distribuïção, para as sobrecargas concentradas, a um valor quási absoluto, $b \leq b_1 + 2e' + 2{,}00$ (metros), quando é certo sabermos que essa largura de distribuïção nada tem que ver com o valor $2^m{,}00$, como já fizemos notar. Não se pode ainda aplicar o preceituado no Regulamento de Betão Armado, porque as indicações dêste se devem referir apenas às lajes de pequenos vãos, apoiadas em apoios rígidos e não sôbre apoios elásticos como no caso que estamos a tratar.

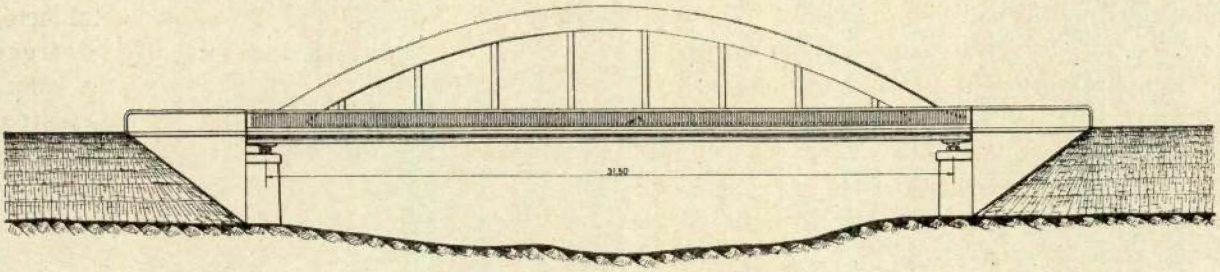
Só há, portanto, uma forma de resolver o problema com aproximação suficiente — *utilizar os métodos experimentais.*

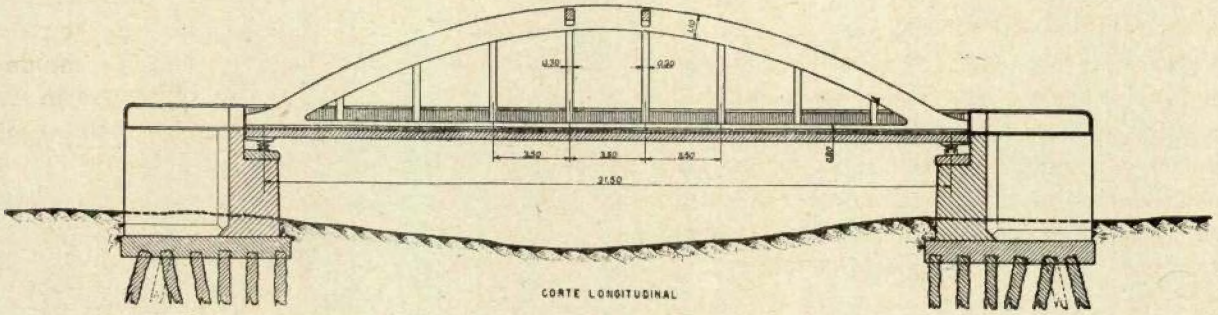
O ensaio das construções em verdadeira grandeza é, além de muitíssimo dispendioso, e cujos resultados só poderiam ser aplicados a obras futuras, de difícil realização dada a grandeza das cargas a empregar e a outras causas que achamos desnecessário enumerar por serem demais conhecidas.

A experimentação sôbre modelos reduzidos é, portanto, a única solução indicada para resolver o presente problema: o cálculo dum tabuleiro de betão armado duma ponta tipo «Bow-string» (ponte tipo arco com tirante de tabuleiro inferior) ou, ainda, dum tabuleiro duma ponte «Vierendeel», do mesmo tipo.

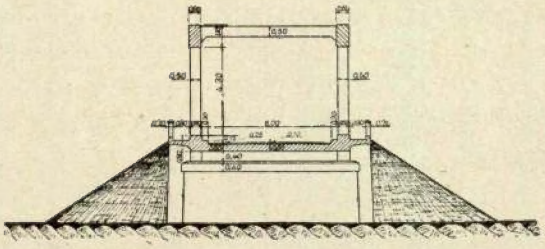
2 — Descrição sumária da ponte

A ponte cujo tabuleiro se pretende calcular é uma composição «Bow-string» formada por





Corte transversal



Desenho n.º 2 — Ante-projecto duma ponte de betão armado de 30 m de vão, composição «Bow-string», com o tabuleiro formado por uma laje sem nervuras

dois arcos com tirante, de vão teórico 31,50 m e de flecha 5,25 m. Os planos médios dos arcos são afastados 7,20 m o que permite uma faixa de rolagem de 6,00 m e, ainda, 2 vigas, de protecção aos arcos, cada uma com 0,30 m de largura.

Os passeios de 0,80 m livres cada um inserem-se, em consola, na parte exterior dos arcos, formando com a laje de resistência da faixa de rolagem, em secção transversal, uma viga ou laje «cantilever».

O tirante de cada arco é suspenso dêste por uma série de 8 montantes ou suspensórios que dividem o vão 31,50 m em 9 partes iguais a 3,50 metros cada.

No desenho n.º 2, que indica o ante-projecto da ponte, pelo conjunto, corte longitudinal e corte transversal, vêem-se, pormenorizadamente, tôdas as dimensões principais dos seus elementos constitutivos.

A laje de resistência do tabuleiro — que pretendemos calcular — é plana na face inferior e parabólica, em secção transversal, na face superior, com uma flecha de 6 cm; a sua espessura varia, portanto, de 30 a 36 cm. Sôbre esta laje assenta o pavimento, que se supõe constituído por uma laje de desgaste de betão armado.

Os aparelhos de apoio da ponte são 4; dois do tipo fixo e dois do tipo móvel de livre dilatação por rolamento. A dilatação faz-se segundo um plano 5 % inclinado sôbre a horizontal a-fim-de deslocar a resultante geral da solicitação dos encontros para o núcleo central dêstes.

Por curiosidade diremos que uma solução deveras interessante seria dar uma maior inclinação ao plano de dilatação dos aparelhos de apoio, entre 50 a 100 % o que teria como conseqüência deminuir as armaduras de tracção dos tirantes e as armaduras de repartição (secundárias ou de distribuïção) da laje do tabuleiro.

3 — Métodos experimentais utilizados

Como dissemos já, utilizámos o método experimental com o auxílio de modelos reduzidos.

Para êsse efeito servímo-nos de dois processos diferentes de investigação [1].

No primeiro processo, mede-se a variação angular de duas normais vizinhas, da superfície, que, como sabemos, representa, a uma certa escala, o *momento flector aparente* desenvolvido na zona entre as normais segundo a direcção destas. Empregaram-se, então, como aparelhos de medida, os *flexímetros*.

No segundo processo, mede-se a variação de comprimento duma zona duma fibra, por meio dos *extensómetros*, variação que é proporcional à *tensão aparente* do material, na *zona da fibra*.

Determinámos os momentos flectores aparentes e as tensões aparentes em vez de os momentos flectores efectivos e as tensões efectivas, por considerarmos aqueles mais importantes que estes, embora contrariando a prática corrente. Observe-se, no entanto, que, como efectuamos sempre a medida dos momentos flectores ou das tensões aparentes segundo duas direcções normais x y, é possível calcular os momentos ou tensões efectivos por simples equações lineares, conhecidas.

4 — Os modelos reduzidos executados

Para o estudo do tabuleiro da ponte, executámos dois modelos completos da estrutura com excepção das guardas e das travessas de contraventamento superior dos arcos.

O material utilizado foi o gêsso de prêsa, material suficientemente homogéneo e de baixo módulo de «Poisson» que o faz aproximar do betão; apenas os montantes verticais de suspensão são metálicos cada um dêles formado por um único ferro.

O primeiro modêlo, designado por *modêlo reduzido A*, foi construído, nas suas dimensões, à escala 1:50 mas as espessuras dos seus elementos constitutivos, para que êle pudesse ser ensaiado com os flexímetros, foram tomadas à escala 1:100. É portanto um modêlo reduzido

---

[1] Para a descrição dos métodos utilizados consulte-se o trabalho do autor «A investigação experimental científica no estudo das estruturas hiperestáticas», publicado no Boletim da Ordem dos Engenheiros n.º 68 — Agôsto de 1942.

elàsticamente proporcional à construção real mas não geomètricamente proporcional.

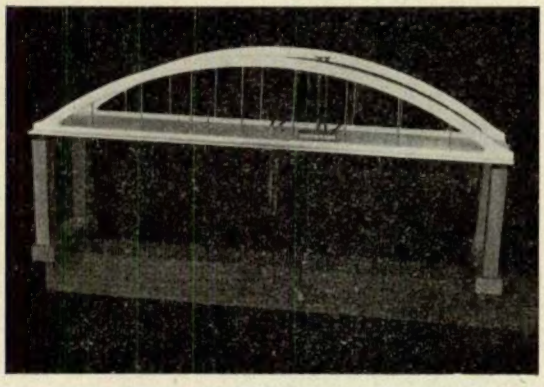


Fig. 3 — Vista dum modêlo reduzido duma ponte tipo «Bow-string». As espessuras do modêlo não estão à mesma escala das restantes dimensões a-fim-de tornar mais apreciáveis as leituras dos flexímetros. O modêlo não é, portanto, geomètricamente proporcional

O outro modêlo executado, designado por *modêlo reduzido B* é um modêlo geomètricamente proporcional, à escala 1:50. O vão da ponte é, portanto, de 63 cm, que é o comprimento do tabuleiro, com pequena diferença; o vão da laje, ou seja a distância entre os eixos dos tirantes, é 14,4 cm e a espessura da laje varia entre 0,62 e 0,80 cm (1).

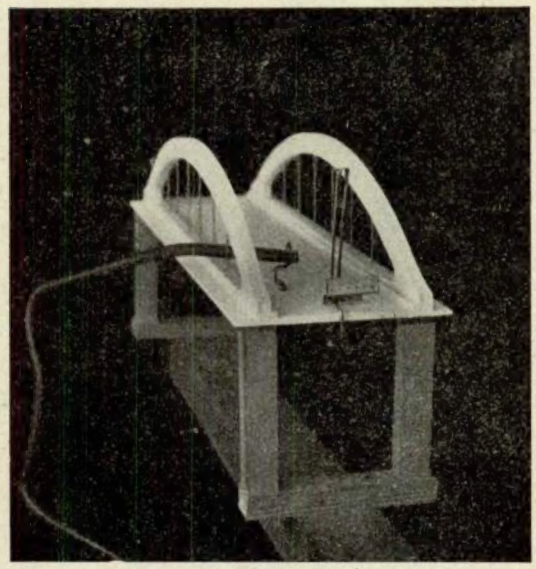


Fig. 4 — Vista dum modêlo reduzido duma ponte tipo «Bow-string»; o modêlo é geomètricamente proporcional. Reparar no modo de aplicar a carga de ensaio e na forma de montagem dos extensómetros

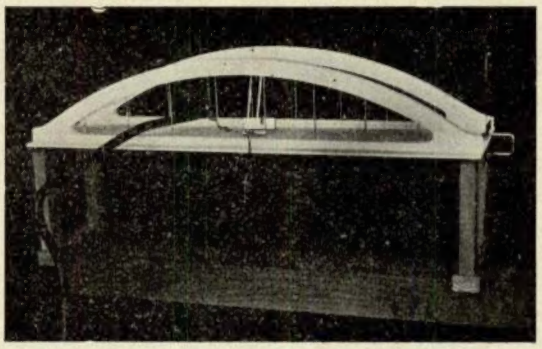


Fig. 5 — Uma outra vista do modêlo reduzido geomètricamente proporcional

A figura 3 dá uma imagem do modêlo reduzido A, na qual se distinguem dois flexímetros,

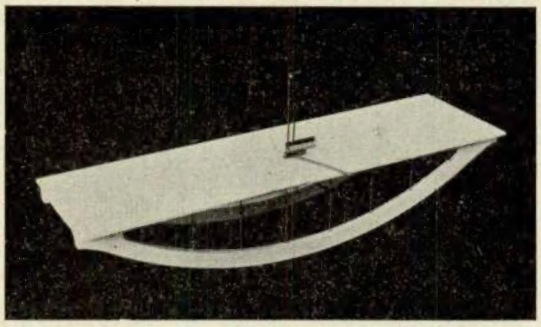


Fig. 6 — Uma vista da face inferior do modêlo reduzido da ponte tipo «Bow-string». A laje que constitue o tabuleiro é, como se disse, plana e sem nervuras

montados, um na face inferior e outro na face superior (êste à direita).

A ponte—arco com tirante—supõe-se apoiada em 4 pilares que também se vêem na figura.

(1) Na realidade, as espessuras da laje deveriam variar entre 0,60 cm e 0,72 cm, que são os valores correspondentes a 0,30 m e 0,36 m, da construção em verdadeira grandeza. Porém, um pequeno defeito nos moldes, que julgamos desnecessário corrigir, deu lugar a que as espessuras do modêlo variassem entre aqueles valores — 0,62 e 0,80 cm.

A correcção fez-se depois nos valores das tensões; é suficiente multiplicar os valores obtidos, por exemplo, na secção h, por $\frac{0,80^2}{0,72^2}$ e nas secções b ou n por $\frac{0,62^2}{0,60^2}$, para corresponderem às tensões reais na obra.

As figuras 4 e 5 mostram-nos o modêlo B em duas posições diferentes, com um extensómetro montado e com a carga aplicada. A figura 6 mostra, por seu turno, a face inferior da laje, que, como se vê, é plana e sem nervuras.

5 — Montagem dos modelos e da aparelhagem para ensaio

Os modelos, uma vez com o tabuleiro riscado, tanto na face superior como na inferior, para referenciar a posição da carga móvel e para a colocação dos aparelhos, como se indica no desenho n.º 7, foram montados sôbre os quatro pilares de apoio.

Pareceu-nos desnecessário construir os dois tipos de aparelhos de apoio, móveis e fixos porque os pilares funcionam como «pêndulos», para as fracas dilatações da ponte devidas às cargas de ensaio. Os aparelhos de apoio são realizados, cada um, por um parafuso, que se distingue, por exemplo, na figura 3.

Os 4 apoios devem ficar no mesmo plano para não introduzir no sistema esforços suplementares prejudiciais.

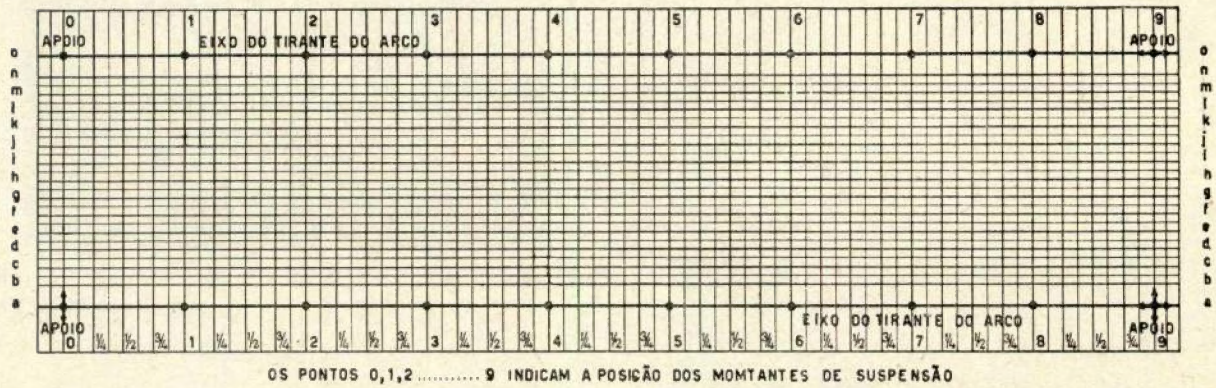
É fácil verificar esta condição com o auxílio dum dinamómetro, ou mesmo à mão, do seguinte modo: levanta-se o tabuleiro, junto a um apoio, até que êste fique livre e avalia-se o esfôrço que foi necessário aplicar; procede-se de igual modo para o apoio contíguo e comparam-se os resultados. Se o esfôrço é igual, a montagem é perfeita; caso contrário aperta-se ou desaperta-se um dos parafusos de apoio até conseguir que os esforços para levantar o tabuleiro por um ou outro apoio sejam iguais.

Os flexímetros e os extensómetros são montados da forma habitual.

Utilizamos para os flexímetros duas bases de medida 1 cm e 1,5 cm. Os resultados obtidos foram os mesmos, com excepção dos da zona entre as duas peças do aparelho que deferiram ligeiramente; verificou-se, no entanto, que para base de medida inferior a 1 cm os resultados se conservavam iguais aos obtidos com a base de 1 cm.

Os extensómetros foram montados com a base de medida igual a 1 cm, à excepção da montagem do extensómetro especial para os ângulos reentrantes que se efectuou com a base de 5 mm, junto a êsses ângulos.

Os cuidados a ter na montagem dos aparelhos são já do conhecimento público pelo que nos dispensamos de os repetir.



Desenho n.º 7 — Planta do tabuleiro do «Bow-string» indicando a posição dos tirantes, dos montantes de suspensão e dos apoios; indica também o «riscado» da laje para a colocação dos aparelhos e aplicação da solicitação

6 — Cargas de ensaio a suportar pelos modelos. Zona de distribuïção da carga de ensaios

As cargas de ensaio são cargas concentradas que actuam numa pequena zona do tabuleiro, pelo que se podem considerar pontuais.

A carga de ensaio do modêlo A, ataca o tabuleiro directamente por intermédio duma pequena esfera (que se distingue na Fig. 3 à esquerda) à qual está ligado o pêso.

A carga de ensaio do modêlo B já não pode actuar directamente sôbre o tabuleiro porque feriria o material e carrega então o modêlo

por intermédio duma pequena placa de celulóide (Fig. 4).

Vejamos como calcular as cargas a utilizar para os ensaios dos modelos de modo que não se produzam tensões superiores às que podem suportar com segurança.

Se o tabuleiro fôsse uma viga, o momento flector máximo desenvolvido por uma earga concentrada P, seria:

$$M = \frac{P\,L}{4} = \frac{P \times 14{,}4}{4} = 3{,}60\ P$$

Ora, junto a um bordo livre de entrada na ponte, segundo ensaios prévios, podemos, «grosso-modo» supor que a laje funciona como uma viga de largura b igual a 1/3 do vão e, longe dos bordos, pode supor-se distribuída por uma largura igual ao vão.

Nestas condições teremos:

Para o modêlo A

$$R = \frac{6\,M}{b\,h^2} = \frac{6 \times 3{,}60\ P}{1/3 \times 14{,}4 \times 0{,}36^2} = \sim 35\ P$$

A carga P pode ser 1 kg.

Para o modêlo B

$$R = \frac{6\,M}{b\,h^2} = \frac{6 \times 3{,}60\ P}{1/3 \times 14{,}4 \times 0{,}72^2} = 8{,}7\ P$$

A carga P pode ser 3 kg, sem perigo, porque o gêsso resiste a cêrca de 40 kg/cm².

A aderência dos montantes de suspensão aos banzos foi verificada, concluindo-se que, para o modêlo A (que tem uma superfície de aderência igual a metade da do modêlo B), um esfôrço de 5 kg manteve perfeita a ligação do provete à barra, sem romper a aderência.

Os banzos superiores, supostos como arcos de duas articulações, que é a hipótese mais desfavorável, têm para momento flector máximo o valor, segundo os cálculos analíticos:

$$M = 5{,}4\ P\ \text{kg cm}$$

a que correspondem as tensões:

Para o modêlo A

$$R = \frac{6\,M}{b\,h^2} = \frac{6 \times 5{,}4\ P}{1{,}2 \times 1{,}1^2} = 22{,}3\ P\ \text{kg/cm}^2$$

Para o modêlo B

$$R = \frac{6\,M}{b\,h^2} = \frac{6 \times 5{,}4\ P}{1{,}2 \times 2{,}2^2} = 5{,}6\ P\ \text{kg/cm}^2$$

valores que são inferiores aos anteriormente encontrados.

Finalmente, ensaios feitos sôbre os banzos inferiores ou tirantes, com cargas menores, permitiram concluir que se poderiam, com segurança, empregar as cargas calculadas para o ensaio do tabuleiro.

7 — Como aplicar as cargas

Para se obter uma alta sensibilidade dos aparelhos de medida, a par duma grande amplificação, construímo-los de modo a funcionarem por rolamento das peças, mas sem que os movimentos de escorregamento fossem impedidos, o que tem inconvenientes e vantagens.

O principal inconveniente é de não permitirem a aplicação brusca da solicitação porque, a inércia das peças em movimento fá-las escorregar, o que se nota, quando se retira a carga, por a agulha não voltar à posição inicial.

É portanto necessário aplicar as cargas, lenta e progressivamente, sem choques.

Note-se que, até nos aparelhos de construção rígida e mesmo de menor amplificação, como por exemplo nos extensómetros «Huggenberger», uma aplicação brusca da solicitação faz com que a agulha do aparelho não volte, por vezes, à posição primitiva porque o material em ensaio cede plàsticamente.

8 — Os ensaios e as leituras efectuadas

Como dissemos num relatório apresentado ao Instituto para a Alta Cultura, os ensaios a efectuar sôbre um modêlo são quási ilimitados quando se passa ao pormenor.

Dissemos também que um estudo completo necessitaria, além de muito tempo e de mais aparelhagem, o concurso de pessoal auxiliar. De verdade, uma simples conclusão é o resultado de muitas dezenas ou centenas de ensaios que só com tempo e com pessoal se podem obter. Uma superfície de influência, para ser bem definida, necessita, pelo menos, uma cen-

tena de leituras, o que dará uma idéia do tempo que é necessário para as observações.

São estas as razões que nos limitaram o presente trabalho ao estudo mais ou menos perfeito do tabuleiro, deixando para o futuro o o cálculo rigoroso dos banzos e das suas ligações à laje, dos montantes, etc.

As lajes dos tabuleiros dos modelos foram no entanto ensaiadas em pontos suficientes para se tirarem as conclusões sôbre o modo como se comportam.

Estudou-se a secção de entrada (O-bordo) tanto na direcção transversal como na direcção longitudinal, a secção transversal distante do bordo cêrca de 1/3 de vão (1/2) e, ainda, a secção média (4 1/2), também nas duas direcções. Estas secções estão indicadas na planta do tabuleiro que se representa no desenho n.º 7.

Em cada uma dessas secções estudaram-se os pontos do meio vão (h), a 1,00 m do meio vão (j), a 2,00 m do meio vão (i), a 2,50 m do meio vão $\left(\frac{m-n}{2}\right)$ e ainda outros pontos de menor interêsse.

O estudo dêsses pontos, na direcção transversal do tabuleiro, dá os esforços principais a considerar, isto é, os esforços na direcção do vão da laje; o estudo dos pontos na direcção longitudinal dá os esforços secundários correspondentes às armaduras de distribuïção, ou de repartição, como queiramos chamar.

a) *Modêlo reduzido A*

Serve êste modêlo para se obterem directamente os momentos flectores aparentes nos diferentes pontos considerados do tabuleiro. Para tal fim montámos os flexímetros em cada uma das zonas, segundo a direcção a estudar e procedemos aos ensaios; estes consistem em colocar e retirar a carga duas ou três vezes em cada ponto da quadrícula da laje e efectuar as respectivas leituras dos aparelhos. A diferença algébrica das leituras do aparelho antes e depois da carga actuar no mesmo ponto, dará, a certa escala, a ordenada da superfície de influência dos momentos flectores aparentes sôbre o ponto aonde a carga actua.

Colocando e retirando a carga em todos os pontos da quadrícula da laje obtêm-se ordenadas suficientes para definir completamente a superfície da influência a estudar.

Resta calcular as *escalas* isto é, os valores porque é necessário multiplicar as leituras do aparelho para se obterem os momentos flectores.

Uma das maiores vantagens dos nossos métodos de ensaio é, repetimos, poder determinar-se um momento flector ou uma tensão sem ser necessário conhecer a amplificação dos aparelhos, o módulo da elasticidade do material dos modelos e os elementos geométricos ou elasticimétricos das secções em estudo. Vimos já, também, que essa determinação era possível pelo estudo do *sistema-base*.

O sistema-base, ou elemento-base, do tabuleiro, não é mais do que uma fatia transversal da laje, de fraca largura em relação ao vão, que se faz funcionar, *isostàticamente*, como viga simplesmente apoiada. Pretende-se, por exemplo, calcular a *escala* ou *constante de ensaio* para a secção h (meio vão). Monta-se o flexímetro (que se utilizou nos ensaios do tabuleiro) no sistema-base, na mesma posição e com a mesma base de medida que tinha no ensaio da laje. A figura 8 mostra o elemento-base a ser ensaiado. Carrega-se o sistema

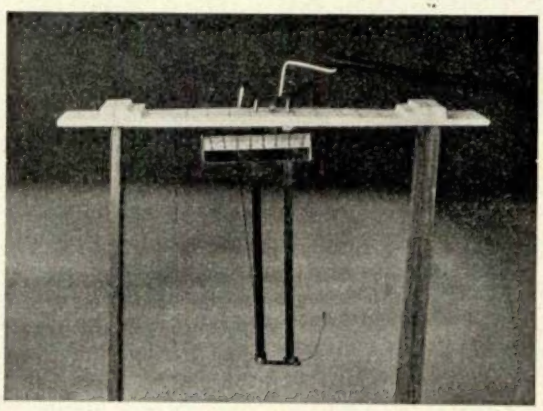


Fig. 8 — Sistema-base da laje do tabuleiro do «Bow-string» do modêlo reduzido A. O flexímetro está montado na face inferior, a meio do vão. Na face superior actua a solicitação que é a pressão da pequena esfera terminal do grampo

com a carga 0,5 kg, por exemplo, nas diferentes secções a, b, c, ... h, i, j, ... o e efectuam-se as diferenças de leituras do aparelho correspondentes à carga e descarga para cada posição da solicitação.

Os valores encontrados foram:

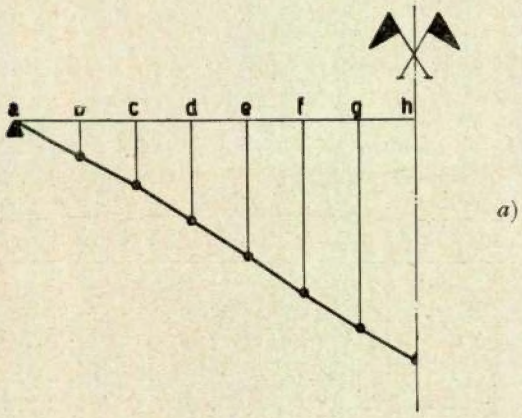
para a secção a	0,0	divisões
» » » b	3,0	»
» » » c	6,1	»
» » » d	9,2	»
» » » e	12,5	»
» » » f	15,9	»
» » » g	19,0	»
» » » h	22,0	»

Inscrevendo num gráfico estes valores (Des. n.º 9, figura a), verifica-se que êles ficam situados, muito aproximadamente, sôbre uma linha recta; a ordenada sôbre a secção h — 22 divisões da escala do aparelho — há-de corresponder ao momento flector desenvolvido na viga:

$$M = \frac{P\,L}{4} = \frac{0{,}5 \times 14{,}4}{4} = 1{,}80 \text{ kg cm}$$

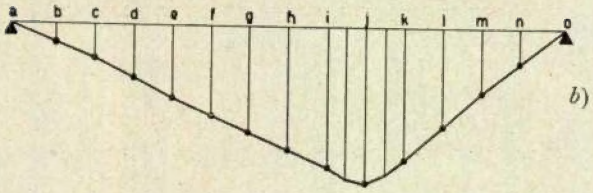
SECCÇÃO h (meio vão)

FLEXÍMETRO 2 — Base de medida 15 mm



SECÇÃO j

FLEXÍMETRO 2 — Base de medida 15 mm



Desenho n.º 9 — Resultados dos ensaios do sistema-base do modêlo reduzido A

Ora, como a viga tem uma largura b = 3,1 cm o momento flector desenvolvido na unidade de largura (1 cm), será:

$$M' = \frac{1{,}80}{3{,}1} = 0{,}581 \text{ kg cm}$$

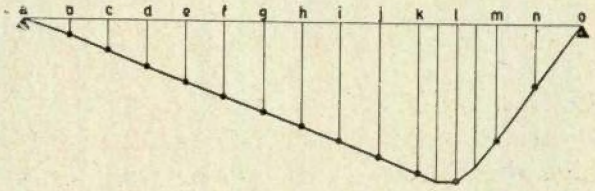
Quere dizer, uma divisão da escala do aparelho corresponderá, para qualquer posição do aparelho sôbre a linha média h do tabuleiro, desde que aquele seja montado com a mesma base de medida, a um momento flector:

$$m = \frac{0{,}581}{22{,}0} = 0{,}0264 \text{ kg cm por cm de largura.}$$

Não temos, portanto, que nos preocupar com a amplificação do aparelho, com o módulo de elasticidade do material ou com a determinação exacta da espessura do modêlo; 0,0264 é a *constante do ensaio* para a secção h.

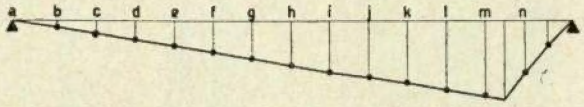
SECÇÃO 1

FLEXÍMETRO 2 — Base de medida 15 mm



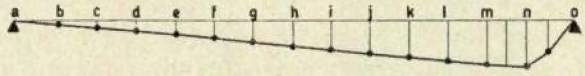
SECÇÃO $\frac{m\text{-}n}{2}$

FLEXÍMETRO 1 — Base de medida 10 mm



SECÇÃO n

FLEXÍMETRO 1 — Base de medida 10 mm



c)

FIG. c

Desenho n.º 10 — Resultados dos ensaios do sistema-base do modêlo reduzido A

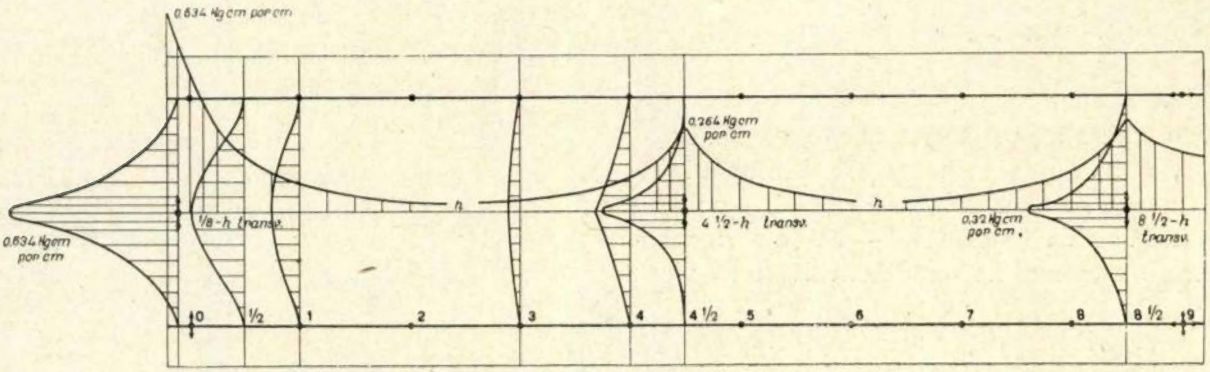
Idênticamente se obtiveram as constantes de ensaio para as secções j, l, $\frac{m-n}{2}$ e n; os gráficos correspondentes estão indicados nos Des. n.º 9 — Fig. b) e Des. n.º 10 — Fig. a), Fig. b) e Fig. c).

Verifica-se assim, não só, que os aparelhos e modelos funcionam correctamente mas, tam-

bém, que as hipóteses da Resistência dos Materiais são inteiramente satisfeitas visto que a teoria dá para linhas de influência dos momentos flectores triângulos com os vértices sôbre as secções a que se referem as mesmas linhas, triângulos que são muito idênticos aos obtidos experimentalmente.

laje, isto é, as armaduras na direcção longitudinal da ponte.

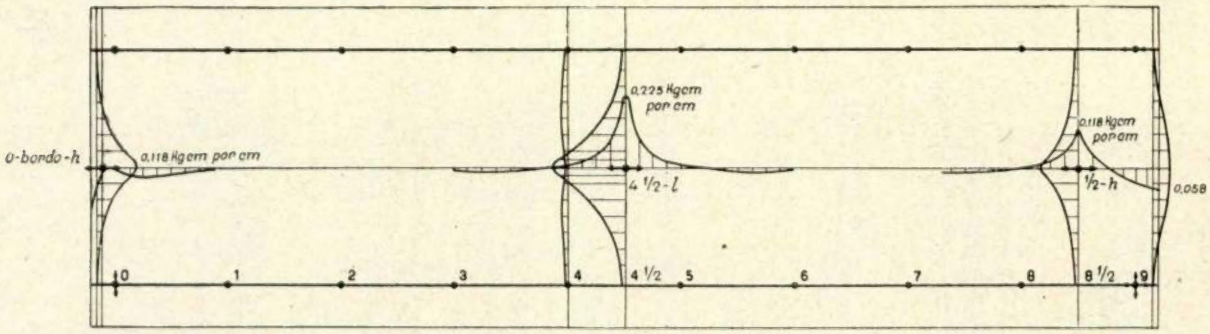
Embora tivessemos estudado as outras secções atrás citadas, correspondentes às linhas j, l, $\frac{m-n}{2}$ e n, não apresentamos os resultados por estes serem em tudo idênticos



Desenho n.º 11 — Superfícies de influência dos momentos flectores aparentes da laje do tabuleiro na direcção transversal (vão da laje) das secções (o-bordo-h), (4 1/2 - h) e (8 1/2 - h). **(Método experimental)**

O Des. n.º 11 dá-nos as superfícies de influência dos momentos flectores aparentes da laje do tabuleiro a meio vão, na direcção transversal (vão da laje) das secções do bordo (O. bordo — h), a meio da ponte (4 1/2 — h) e

aos obtidos no modêlo reduzido B, que a seguir se indicam e, ainda, porque os ensaios sôbre êste segundo modêlo são mais importantes, pelo facto do modêlo representar geomètricamente a construção real.



Desenho n.º 12 — Superfícies de influência dos momentos flectores aparentes da laje do tabuleiro na direcção longitudinal (normal do vão) das secções (o-bordo-h), (4 1/2 - h) e 8 1/2 - h). **(Método experimental)**

a 1/3 do vão distante do bordo livre (8 1/2 — — h).

O Des. n.º 12 dá, idênticamente as superfícies de influência dos momentos flectores aparentes nos mesmos pontos (O. bordo — h), (4 1/2 — h) e (8 1/2 — h) mas na direcção longitudinal da ponte, momentos que servirão para calcular as armaduras de distribuïção da

A) *Modêlo reduzido B*

Como vimos, êste modêlo tem espessuras proporcionais à construção em verdadeira grandeza; é um modêlo geométrico à escala 1 : 50.

As espessuras, já razoáveis, da laje do tabuleiro, dêste modêlo, não permitem grandes

diferenças de leituras com os flexímetros. Utilizamos então os extensómetros.

Começamos, como para o modêlo A, por ensaiar o elemento base, que se indica na Fig. 13, afim de calcular a constante de ensaio.

Essa constante pode ser, agora, a mesma para tôdas as secções porque determinamos directamente a tensão do material pelo alongamento das fibras; ora, êsse alongamento d L

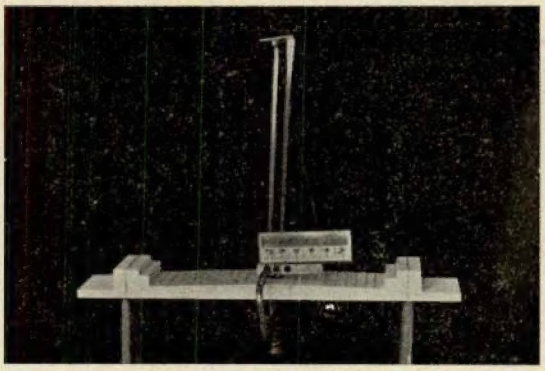


Fig. 13 — Sistema base da laje do tabuleiro do modêlo reduzido geomètricamente proporcional da ponte «Bow-string». O extensómetro dá a tensão na face superior, a meio vão.

é apenas função da base de medida L, do módulo de elasticidade E do material e da amplificação A do aparelho, que se podem supor constantes para tôdo o tabuleiro, e do valor R da tensão procurada. A equação que os liga é:

$$d\,L = \frac{R\,L}{E}\,A$$

Basta uma única constante de ensaio, porque repetimos, o que nós determinamos são as superfícies de influência das tensões da laje do tabuleiro.

Para o ensaio do elemento base do modêlo reduzido B, tal como fizemos para o modêlo A, montámos o extensómetro na secção média h, face inferior, com a base de medida 1 cm e ensaiámo-lo como viga simplesmente apoioada — de vão l = 14,4 cm e de largura 3,2 cm — com a carga de 1 kg.

Os valores indicados pelo aparelho foram:

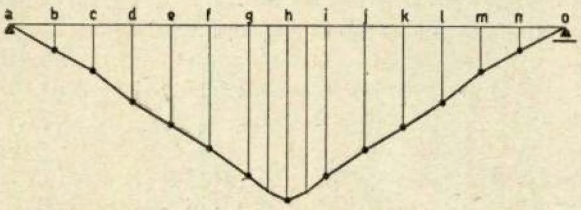
para a carga	nas	secções			a	e	o	. . .	o	
»	»	»	»	»	c	e	m	. . .	1,2 T	div.
»	»	»	»	»	d	e	l	. . .	2,0 T	»
»	»	»	»	»	e	e	k	. . .	2,6 T	»
»	»	»	»	»	f	e	j	. . .	3,2 T	»
»	»	»	»	»	g	e	i	. . .	3,9 T	»
»	»	»	»	»	g-h	e	h-i	. . .	4,3 T	»
»	»	»	na secção		h			. . .	4,5 T	»

O Des. n.º 14 indica gràficamente estes valores.

A linha de influência encontrada é, como se vê, muito aproximadamente triangular com o vértice sôbre a secção h, exactamente como a teoria prevê. Podemos, portanto, tomar como bom o valor encontrado para a secção h — — 4,5 T divisões.

SECÇÃO h

EXTENSÓMETRO 3 — Base da medida 10 mm



Desenho n.º 14 — Resultados dos ensaios do sistema-base da laje do tabuleiro do modêlo reduzido B

A tensão teórica correspondente, do material será:

$$R = \frac{6\,M}{b\,h^2} = \frac{6 \times \frac{P\,L}{4}}{b\,h^2} = \frac{6 \times 1 \times 14{,}4}{4 \times 3{,}2 \times 0{,}8^2} = 10{,}5 \text{ kg/cm}^2$$

por ser 0,8 cm a espessura do modêlo na secção h.

Portanto, cada divisão do aparelho corresponde a uma tensão no material:

$$K = \frac{10{,}5}{4{,}4} = 2{,}35 \text{ kg/cm}^2$$

Fizemos idêntica determinação para a secção l, tendo obtido um desvio do aparelho 4,2 T divisões e uma tensão teórica R = 9,9 kg/cm², o que dá para a constante:

$$K = \frac{9{,}9}{4{,}2} = 2{,}36$$

valor muito semelhante ao encontrado para a secção h.

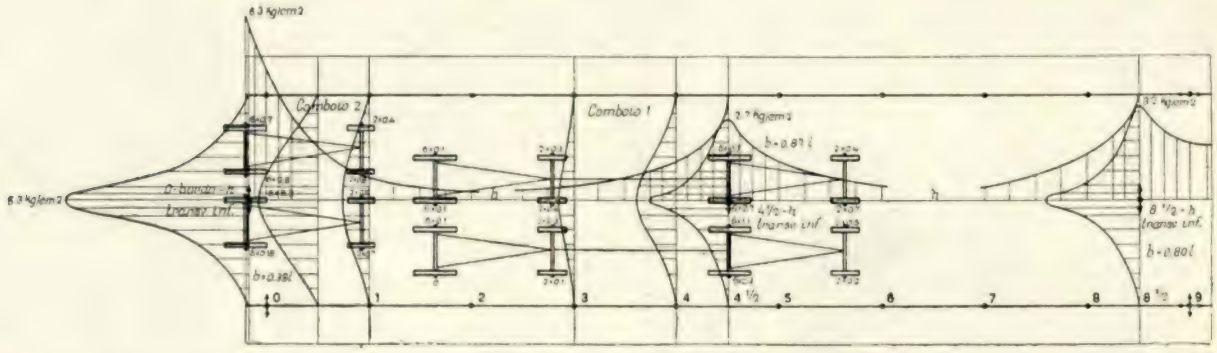
Ainda a título de verificação da precisão dos aparelhos e modelos e dos nossos métodos de ensaio procuramos saber qual seria o desvio do aparelho, admitindo que êle tinha a amplificação 2.500 e que o material possuia um módulo de elasticidade igual a 60.000 kg/cm², segundo a dosagem empregada. Obteve-se:

$$d\,l = \frac{R \times l}{E} \times A = \frac{10{,}6 \times l}{60.000} \times 2.500 = 0{,}44 \text{ cm}$$

quando na realidade o aparelho deu 0,45 isto é, com um êrro da ordem dos 2 %, êrro que é perfeitamente desprezável.

Conhecido com o pormenor tratado o funcionamento do sistema-base proceemos aos ensaios do tabuleiro.

O Des. n.º 15 dá as superfícies de influência das tensões aparentes na face inferior da laje do tabuleiro na direcção transversal (direcção do vão da laje) das secções (O. bordo-h), (4 1/2 — h) e (8 1/2 — h).



SECÇÃO (0-bordo-h) transv. inf.
COMBÓIO 2 — 1,4 Σ R_t = 1,4 × 75,6 = 105 kg/cm²

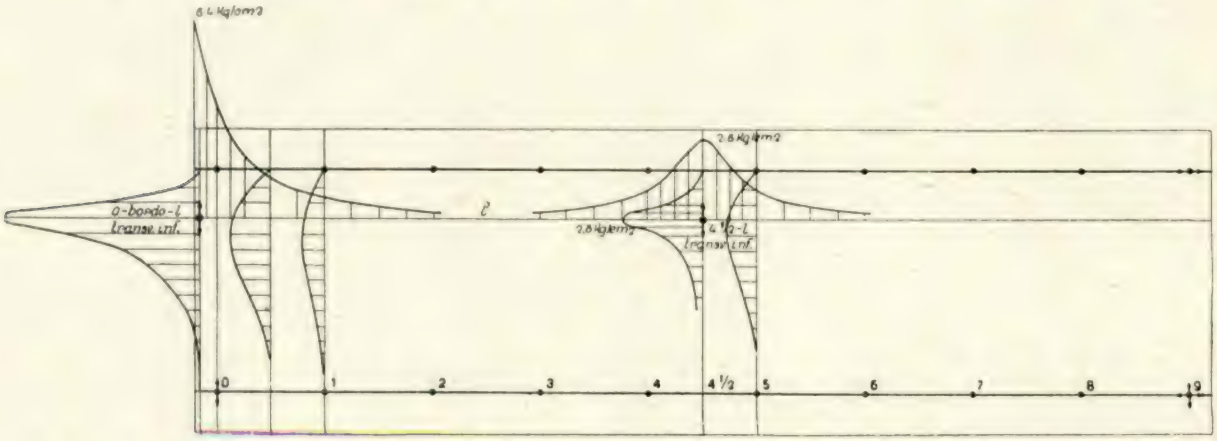
SECÇÃO (4 1/4-h) transv. inf.
COMBÓIO 1 — 1,4 Σ R_t = 1,4 × 36,4 = 51 kg/cm²

Desenho n.º 15 — Superfícies de influência das tensões aparentes na face inferior da laje do tabuleiro na direcção transversal (vão da laje) das secções (o-bordo-h) e 8 1/2-h). **(Método experimental)**

O Des. n.º 16 dá as mesmas superfícies de influência para os pontos da laje (O. bordo — l) e (4 1/2 — l).

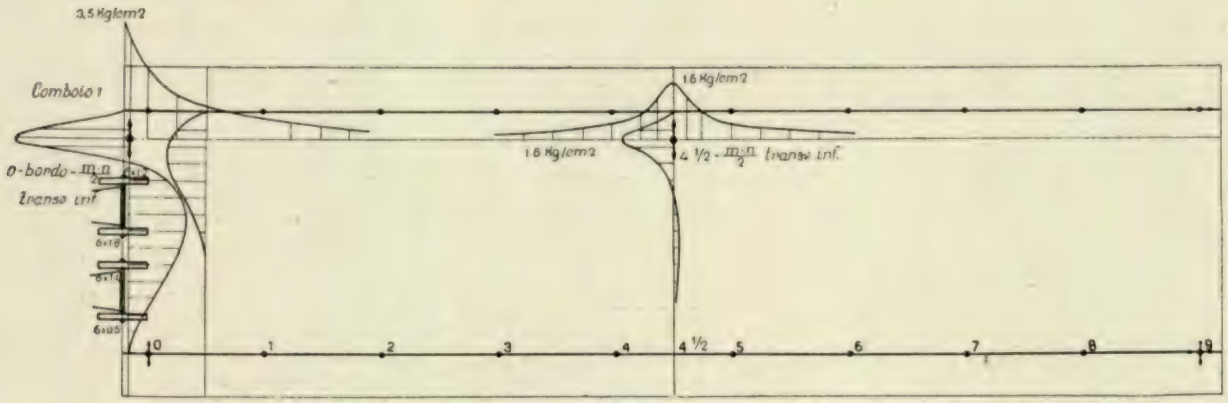
O Des. n.º 17 dá, da mesma forma, as duas superfícies de influência das tensões aparentes, na face inferior da laje do tabuleiro e na direcção normal ao vão dêste, dos pontos

$$\left(\text{O. bordo} - \frac{m-n}{2}\right) \text{ e } \left(4\ 1/2 - \frac{m-n}{2}\right).$$



Desenho n.º 16 — Superfícies de influência das tensões aparentes na face inferior da laje do tabuleiro na direcção transversal (vão da laje) das secções (o-bordo-l) e (4 1/2-l). **(Método experimental)**

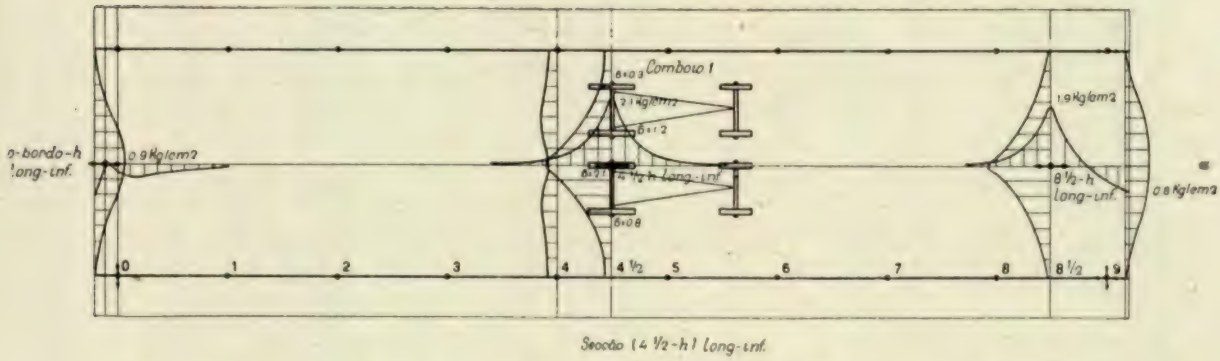
Os Des. n.os 18, 19 e 20 dão as superfícies de influência das tensões aparentes na face inferior nos mesmos pontos considerados nos Des. n.os 15, 16 e 17 mas em direcção normal,



SECÇÃO $\left(0 - \text{bordo} - \frac{m-n}{2}\right)$ **transv. inf.**

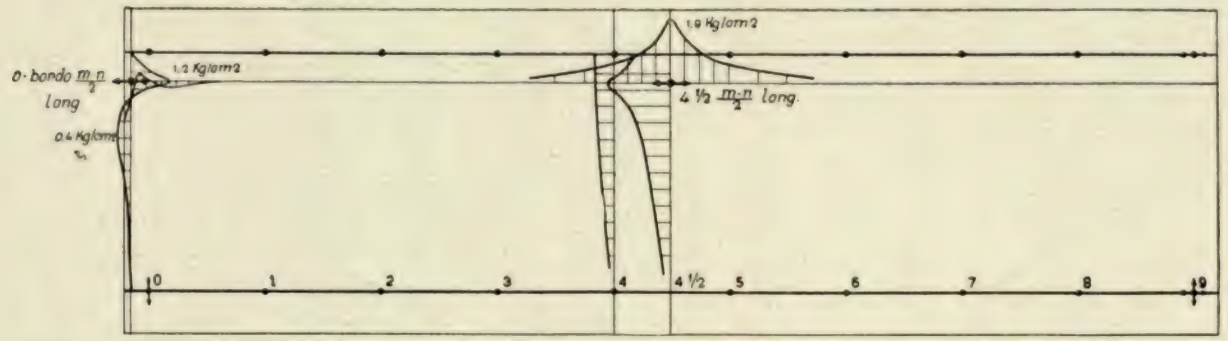
COMBÓIO 1 — 1,6 × Σ R_t = 1,4 × 34,3 = 48 kg/cm²

Desenho n.º 17 — Superfícies de influência das tensões aparentes na face inferior da laje do tabuleiro na direcção transversal (vão da laje) das secções $\left(\text{O. bordo} - \frac{m-n}{2}\right)$ e $\left(4\,{}^1/_2 - \frac{m-n}{2}\right)$. **(Método experimental)**



Comboio 1 — 1,4 Σ R_t = 1,4 × 26,4 = 37 kg/cm²

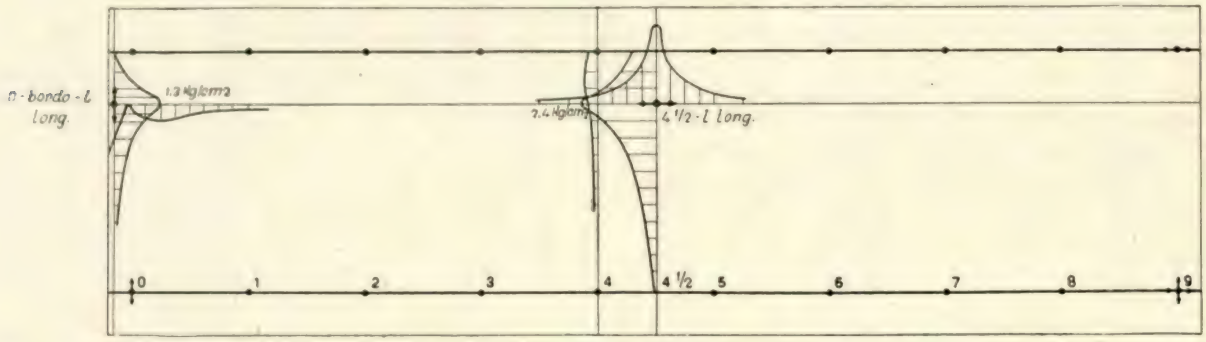
Desenho n.º 18 — Superfícies de influência das tensões aparentes na face inferior da laje do tabuleiro na direcção longitudinal (normal ao vão) das secções (o-bordo-h), (4 ½-h) e (8 ½-h). **(Método experimental)**



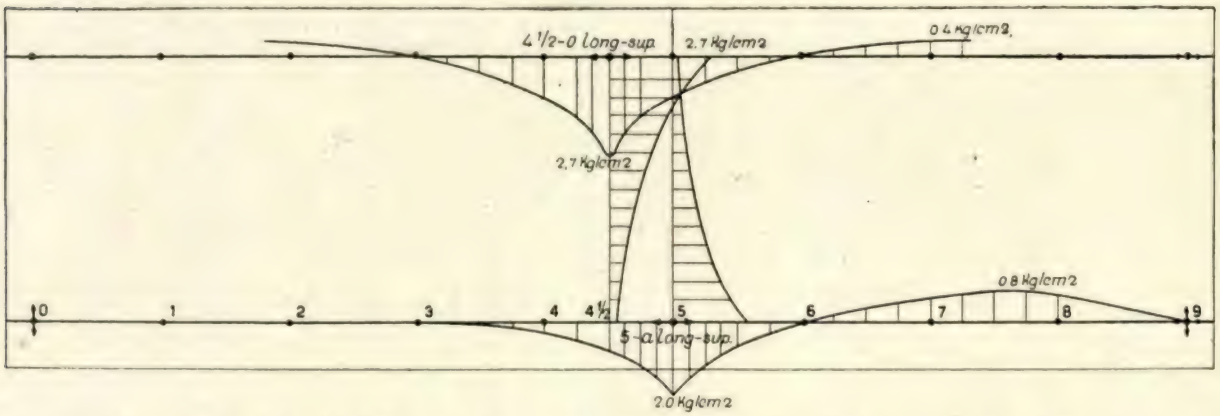
Desenho n.º 19 — Superfícies de influência das tensões aparentes na face inferior da laje do tabuleiro na direcção longitudinal (armadura de distribuïção) das secções (4 ½-l) e (o-bordo-l). **(Método experimental)**

isto é, segundo o vão da ponte e que servirão, como vimos para o modêlo A, para calcular as armaduras de distribuïção do tabuleiro.

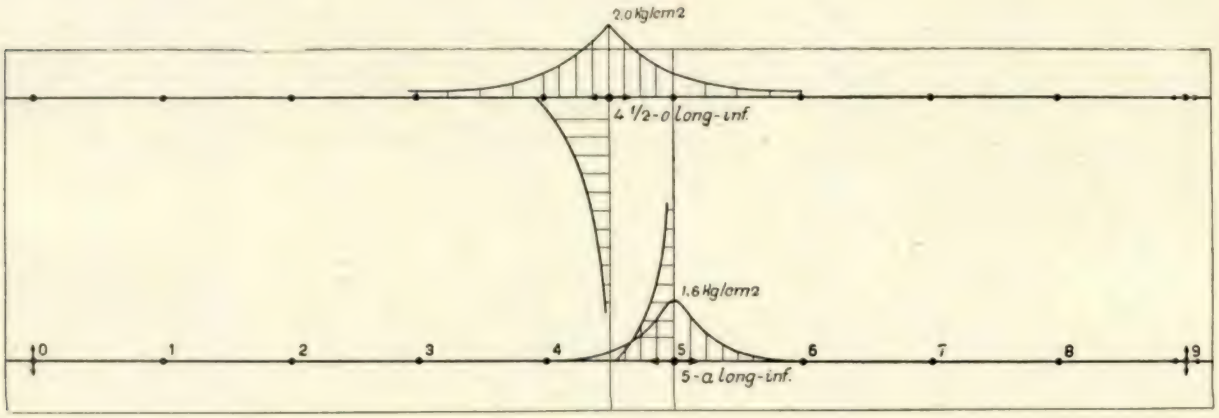
Finalmente, os Des. n.os 21 e 22 dão as superfícies de influência das tensões em dois pontos dos tirantes; o Des. n.º 21 dá as superfícies de influência das tensões na face superior no meio vão e junto a um montante central e o Des. n.º 22 dá as tensões nas mesmas secções mas na face inferior.



Desenho n.º 20 — Superfícies de influência das tensões aparentes na face inferior da laje do tabuleiro na direcção longitudinal (normal ao vão) das secções $\left(\text{o-bordo} - \frac{m-n}{2}\right)$ e $\left(4\,{}^1/_2 - \frac{m-n}{2}\right)$. **(Método experimental)**



Desenho n.º 21 — Superfícies de influência das tensões aparentes nos tirantes, face superior na direcção do eixo a meio vão (4 $^1/_2$ — o) e na secção dum montante central (5-a). **(Método experimental)**



Desenho n.º 22 — Superfícies de influência das tensões aparentes nos tirantes, face inferior na direcção do eixo a meio vão (4 $^1/_2$ — o) e na secção dum montante central (5 — a). **(Método experimental)**

9 — A análise dos resultados e a comparação das superfícies de influência dos momentos flectores com as superfícies de influência das tensões. — O esfôrço transverso das lajes.

Representámos as superfícies de influência, atrás indicadas, pelas suas secções transversais e longitudinais mais notáveis. É o estudo destas secções, isto é, das linhas de influência transversais ou longitudinais, que permite tirar as principais conclusões.

Verifica-se, desde logo, que as superfícies de influência dos momentos flectores são em tudo semelhantes às superfícies de influência das tensões. Esta semelhança é tanto mais para destacar quanto é certo sabermos que umas e outras foram obtidas por métodos absolutamente distintos. Mais uma vez se comprova — não nos cansamos de repetir — que os nossos métodos experimentais de cálculo das estruturas dão resultados dignos de tôda a confiança.

A comparação das superfícies de influência dos momentos flectores indicadas no desenho n.º 11 com as superfícies de influência das tensões do desenho n.º 15, mostra que essas superfícies quási se correspondem, respectivamente, tanto mais por se ter dado a casualidade das ordenadas máximas, de umas e de outras, serem pràticamente iguais. Idêntico resultado se conclue da comparação do desenho n.º 12 com o desenho n.º 18.

As superfícies de influência dos esforços desenvolvidos na direcção transversal, isto é, segundo o vão da laje, não nos são estranhas; têm, mais ou menos, aspecto idêntico em tôdas as lajes, mas diferem na forma, consoante se trata dum bordo livre, duma zona próxima dos bordos livres, ou duma zona central. As ordenadas máximas decrescem ràpidamente a partir dos bordos para o centro. Assim, obtivemos para a secção média do tabuleiro, desenho n.º 15, ordenadas que variam entre 2,7 e 3,2 kgs/cm² em quási tôda a extensão do tabuleiro, para passarem bruscamente (embora gradualmente), de 3,2 a 6,3 kgs/cm² numa restrita zona do mesmo, junto aos bordos livres.

Realmente, assim tinha de ser; os esforços junto aos bordos terão de ser mais do dôbro dos do vão porque, nos bordos, só existe laje para um lado, a distribuïção só se pode fazer para êsse lado, e além disso deixa de haver a continuïdade que existe na parte central da laje na direcção longitudinal do tabuleiro. O problema em questão pode comparar-se aos seguintes três casos, a), b) e c) do sistema prismático esquematizado na figura 23.

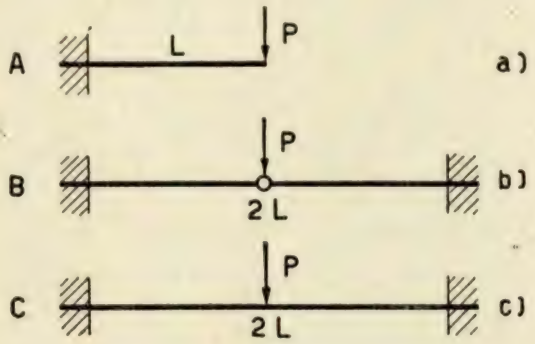


Fig. 23

O momento em *A*, hipótese correspondente ao bordo livre, é:

$$M_A = P\,L$$

Em *B*, hipótese correspondente a existir laje para os dois lados mas sem continuïdade, é:

$$M_B = \frac{1}{2} P\,L$$

Em *C*, hipótese correspondente à parte central, isto é, existindo laje para os dois lados com continuïdade, será:

$$M_C = \frac{1}{4} P\,L$$

Quere dizer, o momento no bordo há-de ser superior ao dôbro mas inferior ao quádruplo do valor que tem na região central da laje. Na realidade não chega bem ao triplo.

As superfícies de influência das tensões na direcção transversal, na zona média do tabuleiro, têm só ordenadas dum sinal; portanto o esfôrço máximo obtém-se quando se carrega tôda a laje, tal como, para se obter o esfôrço máximo numa viga apoiada, se carrega todo o vão. Mas, as superfícies de influência dos esforços dos pontos próximos dos apoios, quer

êxista encastramento quer seja êste muito reduzido, como é no nosso caso, apresentam zonas positivas e zonas negativas; o desenho n.º 17 é ilucidativo a êste respeito. Há, portanto, que contar com algum encastramento para ligação da laje aos tirantes quando da passagem das sobrecargas, mas êste encastramento é bastante pequeno em relação ao momento flector a meio. É máximo no bordo mas dá tensões devidas à sobrecarga rolante cêrca de 1/4 menores que a meio vão. Na região central da laje êsse momento de encastramento é mais pequeno ainda, visto dar tensões que não chegam a 1/10 das que resultam dos momentos a meio do vão.

Vejamos agora o que se passa com as tensões na direcção longitudinal do tabuleiro.

Se os apoios da laje fôssem apoios perfeitos não deformáveis e se determinássemos as tensões ou momentos efectivos, as superfícies de influência deveriam ter um volume positivo igual ao negativo, porque, para uma carga uniformemente distribuída, a laje funcionaria como uma viga e, portanto, com momentos ou tensões nulos na direcção normal ao vão.

A laje a estudar e os ensaios efectuados não obedecem a estas condições e, porisso, não se verifica a igualdade de volumes.

As superfícies de influência dos momentos flectores indicadas no desenho n.º 12 são muito semelhantes às superfícies de influência das tensões do desenho n.º 18, tal como já acontecia com as dos desenhos n.ºs 11 e 15. Podemos ainda, portanto, estudar umas ou outras visto que os resultados são aproximadamente os mesmos.

O que mais de notável há a assinalar no estudo das superfícies de influência das tensões na direcção longitudinal do tabuleiro é a variação quási repentina das ordenadas das linhas de influência longitudinais (secção longitudinal das superfícies) junto do ponto em estudo, enquanto as secções transversais dessas superfícies são curvas que decrescem mais lentamente, a partir do vértice, como acontecia com as secções correspondentes das superfícies de influência das tensões na direcção do vão da laje.

Êste facto é, como dissemos, digno de registo pela razão seguinte: sabe-se que, *em certo ponto, duma viga ou sistema a derivada do momento flector, êste marcado em ordenadas em relação às abcissas, é precisamente o esfôrço transverso no ponto considerado,* isto é:

$$T = \frac{dM}{dx}$$

Nas lajes esta fórmula ainda pode ser válida, quando existam condições de simetria, desde que desprezemos os quadrados das quantidades pequenas.

Portanto, a maior ou menor variação do momento flector dá um correspondente maior ou menor valor para o esfôrço transverso.

Sabe-se, ainda, quanto importante é, ou, talvez mais correctamente, quanto importante se julga ser a acção do esfôrço transverso das lajes quanto sujeitas a fortes cargas concentradas.

Uma carga concentrada actuando no vão duma laje tende a perfurá-la e a fazer destacar um cone, provàvelmente elíptico; não há rotura ao longo duma linha recta ou duma superfície cilíndrica, como acontece nas vigas, a não ser para a acção simultânea de várias cargas ou da acção simultânea de uma grande carga uniforme.

O problema que agora vamos pôr em equação é: em que direcção se produzirá o esfôrço transverso máximo duma laje, apoiada em dois lados e sujeita à acção duma carga concentrada actuando afastada dos apoios?

À primeira vista, parece que o esfôrço máximo se produz segundo a direcção do vão da laje. Pelo menos assim dá a entender o nosso Regulamento de Betão Armado e tantos outros similares, que dizem: a laje simplesmente apoiada em dois lados e submetida à acção de cargas concentradas *pode ser calculada como uma viga* de vão igual ao vão da laje e de largura igual à largura de distribuïção para o esfôrço transverso.

Analisemos, por exemplo, as superfícies de influência dos momentos flectores no ponto (4 1/2 — h) nas duas direcções, transversal e longitudinal, respectivamente indicadas na parte central dos desenhos n.ºs 11 e 12. Verifica-se que, a variação dos momentos na direcção longitudinal da superfície do desenho n.º 12 é mais rápida que a variação dos momentos na direcção transversal da superfície do desenho

n.º 11. Logo, o *esfôrço transverso é máximo na direcção normal ao vão,* contràriamente ao que se poderá pensar ou contràriamente às indicações regulamentares.

De facto, consideremos um paralelipípedo recto, destacado da laje, de bases quadradas (superfícies superior e inferior da laje), de lado unidade, tendo por eixo a carga concentrada unitária. Estabelecendo as condições de equilíbrio dêste paralelipípedo, obteve-se, por um cálculo sumário, um esfôrço transverso médio para os lados normais ao eixo da ponte:

$$T_l = 0{,}30 \text{ kg}$$

e para o esfôrço transverso nos lados normais ao vão da laje:

$$T_t = 0{,}22 \text{ kg}$$

Estes valores representam sòmente uma ordem de grandeza, pelas condições grosseiras em que foram determinados, mas indicam-nos, pelo menos, que o esfôrço transverso na direcção normal ao vão da laje é cêrca de 40 % superior ao que se desenvolve na direcção de cálculo da laje segundo os processos rudimentares.

10 — Largura de distribuïção das cargas concentradas

A chamada largura de distribuïção das cargas concentradas, que permite calcular as lajes como vigas, com essa tal largura de distribuïção, não tem razão de ser. Na realidade, essa largura varia com a posição da carga e o seu estudo não tem, portanto, interêsse como vamos ver.

Suponhamos que pretendíamos calcular o momento flector a meio da laje, na direcção do vão (ponto 4 1/2 — h), devido a duas cargas iguais afastadas $1^m{,}80$ na direcção transversal do tabuleiro. Colocávamos uma das cargas sôbre o ponto 4 1/2 — h da superfície de influência respectiva o que daria um momento flector 0,264 P e a outra carga afastada da primeira $1^m{,}80$, sôbre a linha 4 1/2, a que por seu turno corresponderia um momento flector 0,030 P. Ora, segundo a teoria das vigas simplesmente apoiadas, o momento flector devido a esta segundo carga seria $\frac{0{,}264\,P}{2} = 0{,}13\,P$ por actuar a 1/4 do vão. Mas nós encontrámos 0,030 P; quere dizer, a *largura* de distribuïção para esta segunda carga é $\frac{0{,}13}{0{,}03} = \sim 4$ vezes maior que para a carga do meio vão. E isto é assim, porque as secções transversais das superfícies de influência são curvas, com a concavidade voltada para a laje, que muito se afastam dos triângulos correspondentes aos sistemas isostáticos.

No entanto, considerando aceitável a concepção de largura *b* de distribuïção, a-fim-de comparar os resultados que obtivemos com os que nos dão as disposições regulamentares, vejamos quais são os seus valores mínimos para os três pontos estudados do meio vão do tabuleiro (ver desenho n.º 20):

No bordo (O. bordo — h)
transv. inf. . . . . $b = 0{,}38\,L$
A 1/3 do bordo (8 1/2 — h)
transv. inf. . . . . $b = 0{,}80\,L$
No centro (4 1/2 — h)
transv. inf. . . . . $b = 0{,}87\,L$

O nosso Regulamento de Betão Armado dá o valor comum $b = 0{,}67\,L$ em que L é o vão da laje. Vê-se, portanto, que, no bordo, as tensões reais (devidas a uma única carga a meio vão) são duplas das que o regulamento dá, o que é pior, por pôr em perigo a obra. A meio vão dá, contudo, tensões inferiores às realmente desenvolvidas.

Acrescentaremos, no entanto, em favor do regulamento que, para uma série de cargas muito próximas, alinhadas na direcção transversal do tabuleiro e ocupando tôda a largura dêste, se obtêm as seguintes larguras médias de distribuïção:

No bordo . . . . . $b = 0{,}70\,L$
A 1/3 do bordo. . . . . $b = 1{,}60\,L$
No centro . . . . . $b = 1{,}80\,L$

E então já o regulamento dá tensões sensìvelmente iguais às desenvolvidas, mas só para os bordos; para a maior zona da laje, obrigaria, por exemplo, a gastar o dôbro do ferro,

se quiséssemos manter a mesma espessura de laje.

11 — Os esforços máximos na laje do tabuleiro do modêlo

Como vimos, há duas zonas distintas a considerar, no cálculo do tabuleiro. A zona junto aos bordos livres de entrada na ponte, ocupando uma largura aproximada a 1/3 do vão da laje e a zona intermédia, central, que forma a maior extensão do tabuleiro.

Os esforços devidos à carga permanente podem supor-se iguais nas duas zonas porque a laje do tabuleiro funciona como viga isostática, simplesmente apoiada nos tirantes.

O que nos interessa, no estudo do tabuleiro do modêlo, são os efeitos das cargas concentradas, em particular, dos combóios de carga fictícios semelhantes aos auto-camiões regulamentares que constituem a sobrecarga rolante da faixa de rolagem.

Êsse estudo é feito, sem qualquer dificuldade, com o auxílio das superfícies de influência já determinadas, para o que é suficiente colocar combóios sôbre as superfícies de influência, de modo a obter-se o máximo valor para:

$$\Sigma r \times P = R$$

na qual r é a ordenada genérica da superfície de influência, na vertical do ponto de aplicação da sobrecarga concentrada P, e R a tensão total resultante.

Vejamos, no entanto, quais são as tensões máximas produzidas na secção média do tabuleiro pela passagem dos auto-camiões reduzidos à escala nas suas dimensões e tendo por cargas das rodas dianteiras e trazeiras, respectivamente, 2 e 6 kg.

Nos desenhos n.os 15 e 18 estão indicadas, em planta, as posições mais desfavoráveis e que correspondem, como se vê, a uma roda das mais pesadas sôbre a secção em estudo.

A tensão máxima desenvolvida na direcção transversal da ponte, face inferior, no centro do tabuleiro, é, afectando o valor do coeficiente dinâmico 1,4 (desenho n.º 15):

Secção (4 1/2 — h) transv. inf. $R = 51$ kg/cm²

E, no mesmo ponto, mas na direcção longitudinal (desenho n.º 18):

Secção (4 1/2 — h) long. inf. $R = 37$ kg/cm²

Na secção média longitudinal do tabuleiro, mas no bordo livre, a passagem dos auto-camiões deu a seguinte tensão na direcção transversal (desenho n.º 15):

Secção (O. bordo – h) transv. inf. $R = 105$ kg/cm²

Verifica-se, como já fizemos notar, que as tensões correspondentes às armaduras principais da laje, nos bordos, são consideràvelmente superiores às da parte central do tabuleiro pois que, nesta parte, não chegam a atingir metade do valor que têm na entrada do tabuleiro.

Quanto às tensões a ser absorvidas pela armadura secundária, ou de distribuïção, diremos que são bastante elevadas; correspondem a 2/3 das que se encontraram para os esforços principais. Quere dizer, a armadura secundária deverá ter, 2/3 da secção da armadura principal correspondente às tensões das sobrecargas rolantes. Veremos, em seguida, que, entrando em consideração com a carga permanente, a armadura de distribuïção deverá ter cêrca de 30 % da armadura total principal, a empregar.

Convém, desde já, efectuar a correcção dos valores encontrados devido ao facto do modêlo não ter espessuras rigorosamente proporcionais às da construção em verdadeira grandeza. Vimos que o coeficiente de correcção, para os pontos médios do tabuleiro (linha h), era:

$$K = \frac{0{,}80^2}{0{,}72^2} = 1{,}23$$

As tensões corrigidas, devidas às solicitações máximas das sobrecargas rolantes, serão então:

Secção (4 1/2 — h)
transv. inf. . . . . $51 \times 1{,}23 = 63$ kg/cm²

Secção (4 1/2 — h)
long. inf. . . . . $37 \times 1{,}23 = 45$ kg/cm²

Secção (O. bordo—h)
transv. inf. . . . . $105 \times 1{,}23 = 129$ kg/cm²

12 — Os esforços máximos totais na construção em verdadeira grandeza

O tabuleiro é, em secção transversal, uma viga simplesmente apoiada com as extremidades em consola. As cargas das consolas são, portanto, favoráveis à estabilidade da parte central da laje entre os apoios.

A uniformidade das cargas permanentes, ao longo de linhas paralelas ao eixo da ponte, permite considerar a laje do tabuleiro como uma viga «cantilever».

As cargas permanentes a considerar são:

1.º — Pêso próprio da laje
2.º — Camada de desgaste do pavimento
3.º — Guarda-roda
4.º — Passeios
5.º — Guardas

As cargas dos passeios e das guardas são em consola, como se indica nos desenhos.

As sobrecargas são: para a faixa de rolagem, a sobrecarga rolante dos auto-camiões regulamentares de 16 T, ou a sobrecarga uniforme $820 - 4\,L = \sim 800$ kg/m² devendo aplicar-se a que produzir esforços mais desfavoráveis; para os passeios, a sobrecarga de 400 kg/m².

Desprezaremos a sobrecarga da guarda (80 kg por metro linear aplicados horizontalmente à altura do corrimão) por dar muito pequenos efeitos, comparados com os efeitos totais.

O Regulamento de Betão Armado dá para *coeficiente dinâmico* o valor $i = 1{,}4$, já aplicado.

a) *Esforços devidos à carga permanente.*

Efectuando o cálculo dos momentos flectores principais para a secção média do tabuleiro (secção h) suposto a funcionar como «cantilever» obteve-se o seguinte valor, por metro linear:

$$M = 5{,}4 \text{ tm}$$

Os momentos flectores secundários serão nulos, como vimos.

b) *Esforços devidos às sobrecargas.*

Para a secção média do tabuleiro as únicas sobrecargas que interessam são a sobrecarga rolante e a sobrecarga uniforme, da faixa de rolagem.

1 — Sobrecarga rolante.

A sobrecarga rolante produz, na parte central do tabuleiro, a seguinte tensão máxima, na direcção do vão da laje, supondo o material homogéneo:

$$R_{transv.} = \frac{1000}{50^2} \times 63 = 25 \text{ kg/cm}^2$$

E, na direcção normal ao vão da laje, no mesmo ponto:

$$R_{long.} = \frac{1000}{50^2} \times 45 = 18 \text{ kg/cm}^2$$

No bordo, e na direcção do vão da laje, teremos:

$$R_{transv.} = \frac{1000}{50^2} \times 129 = 52 \text{ kg/cm}^2$$

Por ser 1000 a escala das fôrças e 50 a escala da laje do modêlo reduzido.

A estas tensões correspondem respectivamente os seguintes momentos flectores por metro linear da laje:

Secção (4 1/2 — h) transv.

$$M = \frac{R\,b\,h^2}{6} = \frac{25 \times 100 \times 36^2}{6} = 540000 \text{ kg cm} = 5{,}4 \text{ tm}$$

Secção (4 1/2 — h) long.

$$M = \frac{18 \times 100 \times 36^2}{6} = 388800 \text{ kg cm} = \sim 3{,}9 \text{ tm}$$

Secção (O. bordo — h) transv.

$$M = \frac{52 \times 100 \times 36^2}{6} = 1123200 \text{ kg cm} = \sim 11{,}2 \text{ tm}$$

2 — Sobrecarga uniforme.

A sobrecarga uniforme de 800 kg/m² produz o seguinte momento flector máximo:

$$M = 0{,}800 \times 3{,}00\,(3{,}60 - 1{,}50) = 5{,}04 \text{ tm}$$

ou afectando-o do coeficiente dinâmico:

$$M = 5{,}04 \times 1{,}4 = 7{,}1 \text{ tm}$$

c) *Esforços máximos totais.*

Os momentos flectores máximos totais obtêm-se pela combinação dos valores determinados em *a*) e *b*). São:

Secção (4 1/2 — h) transv.

$$M = 5{,}4 + 7{,}1 = 12{,}5 \text{ tm}$$

Secção (4 1/2 — h) long.

$$M = 3{,}9 \text{ tm}$$

Secção (O. bordo — h) transv.

$$M = 5{,}4 + 11{,}2 = 16{,}6 \text{ tm}$$

13 — As armaduras a empregar no tabuleiro da ponte

Até aqui, todos os cálculos que fizemos basearam-se na hipótese do sólido homogéneo. Os esforços foram obtidos admitindo-se que o betão resiste à tracção e que o seu módulo de elasticidade é constante com o esfôrço e portanto o mesmo à tracção ou à compressão.

Quere dizer, as incógnitas hiperestáticas, ou seja, a distribuïção dos esforços pela laje de betão armado, são as mesmas que no modêlo reduzido, embora os materiais sejam diferentes.

Esta hipótese parece-nos realmente aceitável e é por assim dizer universalmente admitida; o nosso Regulamento do Betão Armado não só indica êste processo de cálculo como até o obriga a adoptar (Artigo 19.º).

Conhecida a distribuïção dos esforços, ou melhor, conhecidos os momentos flectores em qualquer zona, estamos aptos a calcular e verificar as secções do material heterogéneo — o betão armado — que constitue a laje do tabuleiro do «Bow-string».

Indicaremos, simplesmente, a título de comparação dos resultados com os dum tabuleiro nervurado, as secções máximas de ferro a adoptar a meio do vão da laje e as tensões correspondentes no betão e ferro.

A secção da armadura principal na zona intermédia do tabuleiro será formada por:

13 ø 3/4'' por metro linear com $A_a = 37{,}23$ cm²

à qual corresponde as tensões no betão e ferro:

$$R'_b = 61 \text{ kg/cm}^2$$
$$R_a = 1190 \text{ kg/cm}^2$$

Junto aos bordos livres de entrada e saída da ponte e até uma distância igual a 1/3 do vão da laje, será esta reforçada, com um aumento de espesura de betão, espessura que decresce para a zona central da laje e com um máximo, no bordo, igual a 10 cm. Êste refôrço é suficiente para manter as fadigas do material abaixo do valor dado pelo Regulamento do Betão Armado.

As armaduras máximas a empregar para a absorpção das tensões desenvolvidas na direcção longitudinal da obra, isto é, as armaduras secundárias, serão cêrca de 30 % das armaduras principais, o que se pode realizar, por exemplo, com os ferros seguintes:

9 ø 1/2'' por metro linear com $A_a = 10{,}26$ cm²

À face das disposições regulamentares não são necessárias armaduras especiais para resistirem às tensões tangenciais, ou, às tensões principais de tracção nas secções oblíquas, porque, segundo essas disposições em vigor, a tensão tangencial máxima mantém-se inferior a 6 kgs/cm².

14 — Comparação das armaduras a empregar na laje preconizada com as da laje nervurada, com carlingas. Vantagens da solução adoptada

Uma medição aproximada do ferro, a empregar na laje sem nervuras, mostra que o quantitativo, em pêso, dêsse material, não é mais do que seria necessário consumir nas carlingas duma laje nervurada duma ponte tipo «Bow-string» com o mesmo afastamento entre os arcos.

Economizamos, portanto, por assim dizer, a

totalidade das armaduras que se teriam de empregar na laje sôbre as carlingas do segundo tipo de ponte citado.

Se notarmos que as armaduras da laje continua, sôbre carlingas, de vãos da ordem dos 2,40 metros, têm cêrca de metade do ferro da laje sem nervuras, poderemos dizer que há uma economia real da ordem dos 50 % no pêso total do ferro do nosso tabuleiro sem nervuras.

O volume de betão é sensivelmente o mesmo nos dois tabuleiros em comparação.

Mas, há um outro factor muito importante a considerar não só sob o ponto de vista de economia como de construção. Queremos referir-nos aos moldes, à betonagem da obra e à facilidade de colocação e montagem das armaduras.

Na realidade, a laje sem nervuras necessita, como único molde, um estrado liso e desempenado, enquanto a laje vigada precisa duma maior superfície de moldes para formar as nervuras e a laje pròpriamente dita; as armaduras colocam-se muito fàcilmente na laje sem nervuras e pode fazer-se a montagem mesmo sôbre o estrado enquanto no outro tipo de laje é necessário executar as nervuras fora do lugar de aplicação e, a colocação das da laje, torna-se mais complicada; por outro lado, a betonagem do tabuleiro sem nervuras é acentuadamente muito mais simples que a do tabuleiro com carlingas; finalmente, as razantes da ponte e das estradas de acesso podem ser mais baixas, cêrca de $0^m,30$, economizando-se materiais nos encontros, nos quartos de cone e nas terras de atêrro ou nos muros de avenida.

Tôdas estas vantagens, que acabamos de enumerar, da laje sem nervuras, da ponte tipo arco com tirante, em relação aos tabuleiros correntes com carlingas, têm como conseqüência, repetimos, uma apreciável redução do orçamento geral da obra.

15 — Conclusões

Dissemos, de início, que as lajes possuíam uma alta capacidade de resistência às cargas concentradas, o que se costuma traduzir assim: *as lajes distribuem os esforços das cargas pontuais por larguras muito maiores que as faixas por elas ocupadas;* a seqüência dos cálculos experimentais, que fizemos, confirma categòricamente, a nossa exposição.

É, portanto, possível, projectar e construir o tabuleiro duma ponte tipo «Bow-string» de betão armado, para as larguras de faixa de rolagem das nossas estradas, com uma simples laje sem nervuras. A construção, é, como vimos, notàvelmente mais económica, especialmente na quantidade de ferro a empregar, metal que deve ser poupado ao máximo em todos os momentos e mais ainda na crise que atravessamos.

A laje sem nervuras é, também, de muito mais fácil execução o que por seu turno se traduz em novas economias.

Um outro factor importante a considerar é *a resistência efectiva da obra* para as fortes cargas. Reconhece-se que a laje simples resiste bem melhor que a laje vigada. Esta, atinge a rotura primeiramente pelas nervuras, isto é, as carlingas rompem bastante antes da laje, para uma carga crescente, embora tenham ambas sido calculadas para a mesma sobrecarga. De facto, o cálculo de betão armado da laje tem maior margem de segurança que o da viga, porque, nesta, a zona de tracção do betão é muito reduzida em relação à da laje. A zona de tracção da laje tem interêsse real por não ser material completamente morto, como se admite na maioria dos países, mas antes material útil numa grande parte da secção, que faz diminuir o trabalho das armaduras traccionadas, trabalho que limita a resistência das peças de betão armado, como sabemos.

Portanto, se projectarmos a construção de modo que todos os seus elementos tenham a mesma resistência efectiva (que antecipadamente reconhecemos ser diferente consoante a peça considerada, segundo a marcha de cálculo corrente), a laje sem nervuras do tabuleiro, será ainda favoràvelmente aplicada.

*
* *

Nós utilizámos dois métodos de ensaio diferentes no estudo dos tabuleiros; chegámos, no entanto, a resultados absolutamente semelhantes.

O material com que executámos os modelos reduzidos é suficientemente bom; é pràtica-

mente um material elástico e homogéneo e tem um coeficiente de «Poisson» de baixo valor, idêntico ao do betão.

A aparelhagem empregada nos ensaios, nomeadamente os flexímetros e os extensómetros têm dado resultados muito satisfatórios; quando aplicamos essa aparelhagem a estruturas isostáticas que obedeçam à «lei da continuïdade» os resultados experimentais são pràticamente exactos, como vimos.

A forma das superfícies de influência, tornada aparente pelas suas secções transversais mais notáveis, não apresenta descontinuïdades estranhas; as superfícies têm a forma mais lógica, segundo o nosso raciocínio, superfícies que traduzem o funcionamento mais aceitável da estrutura.

Portanto, se todos estes factos confirmam os resultados experimentais dos ensaios e se não cometemos erros na sua interpretação ou análise, parece ficar demonstrado ser possível projectar e construir, com apreciável economia, um tabuleiro de ponte tipo «Bow-string», ou de outro qualquer tipo, de tabuleiro intermédio ou inferior (ponte «Vierendell», por exemplo), formado ùnicamente por uma laje, sem nervuras, entre os elementos principais.

Os métodos experimentais de ensaio das estruturas, quer para a determinação das grandezas hiperestáticas quer para a distribuïção das tensões, mais uma vez nos conduzem à melhor solução para resolver os problemas da Engenharia Moderna.

Notes sur le séisme du 25 Novembre 1941

PAR M. T. ANTUNES [1]

Dans ce travail on calcule les coordonnées géographiques de l'épicentre du séisme qui a alarmé la population du Portugal le 25 Novembre 1941. On a fait ce calcul en profitant du fait que les premières ondes séismiques sont arrivées à Angra do Heroismo (Açores), Lisbonne et Coimbra presque dans le même moment; en considerant la Terre comme possédant une symétrie sphérique, et par cette raison en prenant comme équidistants de l'épicentre tous les points de la Terre où les premières ondes arrivent éxactement dans le même moment. Comme l'arrivée de celles-ci aux trois stations mentionnées ne s'est pas verifiée rigoureusement dans le même moment, on utilise un raisonnement dû à Gutenberg et on complète celui-ci avec des critériums qui le rendent plus rigoureux dans ce cas particulier. Les valeurs obtennues sont les suivantes: $\varphi = 38^\circ$ $33'$ N et $\lambda = 18^\circ$ $52'$ W.

Un autre thème qu'on traite est celui d'une onde séismique, longitudinale du foyer à la base de la croûte terrestre, et transversale d'ici à la station de Lisbonne. Cette onde a été observée dans le séisme du 25 Novembre 1941 et a été utilisée pour faire un calcul de l'épaisseur de la croûte terrestre à Lisbonne. On est arrivé à la conclusion que la croûte terrestre doit avoir à Lisbonne une épaisseur d'à-peu-près 35 kilomètres.

1. Les coordonnées de l'épicentre.

Les premières ondes sont arrivées à Lisbonne, Coimbra et Angra do Heroismo (Açores) presque dans le même moment. Par conséquent on peut déterminer les coordonnées épicentrales par la méthode de Galitzine.

La méthode de Galitzine s'appuye, comme on sait, sur l'attribution d'une symétrie sphérique au globe terrestre. Si cette symétrie éxiste, les points de la surface de la Terre auxquels les premières ondes arrivent dans le même moment sont à la même distance de l'épicentre. Celui-ci se rencontre, partant, sur les perpendiculaires au milieu des segments déterminés par ces points.

La perpendiculaire au milieu du segment Lisbonne-Coimbra est sensiblement normal à la perpendiculaire au milieu du segment Lisbonne-Angra. Par conséquent ces trois stations se prêtent pour l'application de la méthode.

Les temps d'arrivée des premières ondes, mesurés à Angra, Lisbonne et Coimbra, sont respectivement 18^h 05^m 34^s [1], 18^h 05^m $48{,}7^s$ [2] et 18^h 05^m $57{,}5^s$ [3] de TMG. Comme on le voit, ces temps ne sont pas rigoureusement égaux.

Gutenberg [4] a rendu la méthode de Galitzine applicable au cas où les temps d'arrivée ne sont pas rigoureusement égaux. L'argument de cet auteur est le suivant. Supposons qu'on connait approximativement la position de l'épicentre. Supposons encore que les temps d'arrivée à deux points A et B de la surface de la Terre diffèrent d'un petit nombre s de secondes.

Soit P la position *approximative* de l'épicentre. Soit L un point situé près de B, sur le grand cercle PB et à la distance de v.s km de B, v étant un paramètre convenablement

---

[1] Observateur en chef à l'Observatório Central Meteorológico do Infante D. Luiz, de Lisboa.

[1] Communiqué obligeamment par M. le Lt. Colonel José Agostinho, Directeur des Services Météorologiques des Açores, à la Direction de l'Observatoire Central Météorologique, de Lisbonne, et par celle-ci à l'auteur.

[2] Anais do Observatório Central Meteorológico do Infante D. Luiz, III Parte, Observações sismológicas de 1941, pag. 19.

[3] Boletim sismológico do Instituto Geofisico da Universidade de Coimbra, n.° 11, 1941, moyenne des valeurs des deux composantes NS et EW, la composante NS ayant reçu le poids 2.

[4] Die mitteleuropäischen Beben vom 16 November 1911 und vom 20 Juli 1913. Veröffentlichungen des Zentralbureaus der internationalen seismologischen Assoziation, pages 48 et suiv., 1915.

choisi. Quand s est suffisamment petit on ne commet pas d'erreur appréciable si l'on prend les deux points A et L comme équidistants de l'épicentre.

En étudiant les séismes du 16 Novembre 1911 et du 20 Julliet 1913 Gutenberg à pris v = 7 km/sec pour des distances épicentrales comprises entre 94 km (Karlsruhe) et 489 km (Graz). Le même auteur, en étudiant les chocs de California du Sud [1], a utilisé des paires de stations sensiblement avec le même temps d'arrivée des ondes P et a fait v = 5,6 km/sec ; celle-ci est, comme on sait, approximativement la valeur de la vitesse des ondes P.

Gutenberg choisissait des stations pour lesquelles les différences s entre les temps d'arrivée des ondes ne dépassaient pas 4 secondes. On savait que l'erreur commise quand on faisait v = 7 km/sec ne dépaissait pas les deux unités. Par conséquent il pouvait assurer que l'erreur commise en faisant la distance BL égale à v . s, v étant égale à 7 km/sec, ne dépassait pas les 8 kilomètres.

Nos valeurs de s dépassent beaucoup la limite maximum établie par Gutenberg. En effect nous avons s = 8,8 sec pour la paire Lisbonne — Coimbra et s = 14,7 sec pour la paire Angra-Lisbonne.

Malgré cela, la méthode peut s'appliquer. En effect les premières ondes arrivées à chacune des trois stations sont des ondes P_n. Les tables de Jeffreys [2] font correspondre à la distance épicentrale de 7° 33′ le temps de propagation de P_n, $1^m47,5$ sec. Étant données les différences *s* entre les temps d'arrivée observés, on conclût que si en réalité l'épicentre est à 7° 33′ de Lisbonne, le temps de propagation de P_n a dû être $1^m47,5$ sec — 14,7 sec = $1^m32,8$ sec pour Angra et $1^m47,5$ sec + 8,8 sec = $1^m56,3$ sec pour Coimbra. Les mêmes tables font correspondre à ces deux temps les distances épicentrales 6° 30′ et 8° 11′ respectivement.

(1) B. Gutenberg. Travel time curves at small distances, and wave velocities in Southern California. Gerl. Beitr. z. Geoph., *35*, 6, 1932.

(2) Table for the near earthquake pulses. Newport, Isle of Wight.

C'est-à-dire les deux points L_A et L_C situés sur le grand cercle Lisbonne — epicentre à la même distance de celui-ci que Angra et Coimbra, se rencontrent aux distances de Lisbonne 7° 33′ — 6° 30 = 1° 03′ et 8° 11′ — — 7° 33′ = 0° 38′ respectivement.

Ces deux valeurs 1° 03′ et 0° 38′ n'experimentent pas de variation sensible quand on fait varier d'un degré la distance épicentrale. Elles ne varient pas aussi quand la profondeur du foyer varie de 0 à 45 km. En effect, pour des distances épicentrales comprises entre 780 km et 880 km et pour des profondeurs normales du foyer, on déduit des tables de P. Caloi [1] toujours les mêmes valeurs 1° 03′,5 et 0° 38′,0. Les tables de Jeffreys [2] pour des chocs de foyer profond nous donnent les valeurs suivantes, valables pour la distance épicentrale 7°,5 (R désigne le rayon de la Terre):

Profondeurs du foyer...	*0,00*	*0,01.R*	*0,02.R*	*0.03.R*
Paire Lisbonne-Angra..	1° 03′,0	1° 03′,9	1° 05′,8	1° 08′,9
Paire Lisbonne-Coimbra	0° 38′,1	0° 38′,8	0° 40′,0	0° 40′,6

Nous avons choisi les valeurs 1° 03′,5 et 0° 38′,4, qui correspondent à la profondeur normale du foyer. C'est avec eux qu'on a obtenu les coordonnées épicentrales

$$\varphi = 38° 33' \text{ N et } \lambda = 18° 52' \text{ W}.$$

On voit que nous avons choisi pour valeurs des distances à Lisbonne des deux points L_A et L_C respectivement 117,6 km et 71,1 km. Ces distances correspondent aux valeurs 15,4 sec et 8,6 sec des accroissements des temps d'arrivée des premières ondes. On en déduit, pour valeur du paramètre v

$$v = 117,6 / 14,7 = 8,0 \text{ km/sec};$$

$$v = 71,1 / 8,8 = 8,1 \text{ km/sec}.$$

Ces valeurs sont à accepter. En effect considérons deux rayons séismiques avec les distances épicentrales de 7°,5 et 8°,5. La

(1) Ricerca Scientifica, *10*, 394, 1939.

(2) Monthly Not. Roy. Astr. Soc., Geoph. Suppl., *4*, 498, 1939.

différence entre les temps d'arrivée des premières ondes est à peut-près de 14 secondes pour ces deux rayons; la différence entre les temps écoulés quand ils traversent la croûte est beaucoup plus petite, 2,2 secondes environ. La valeur du paramètre v doit, par conséquent, se ressembler beaucoup avec celle qu'on obtiendrait si la croûte n'éxistait pas. Par la loi de Bendorf c'est $v = V_0/\sin i_0$, en désignant par V_0 et i_0 respectivement la vitesse des ondes longitudinales à la surface du manteau et l'angle d'incidence du rayon dans la base de la croûte. Pour les distances épicentrales entre 7° et 8° l'angle i_0 est toujours très grand et partant $\sin i_0 \approx 1$; c'est-à-dire, v est un peut plus grand, bien que presque égale à la vitesse V_0 des ondes à la surface du manteau. Or celle-ci, selon Dahm (voir plus loin) a la valeur 7,94 km/sec.

2. Onde longitudinale du foyer à la base de la croûte et transversale de celle-ci à la surface de la Terre.

On a observé à Lisbonne dans quelques enregistrements de séismes dont le foyer est à la distance de 7° environ, que les P_n sont suivies immédiatement d'un type d'ondes qu'on ne voit pas mentionné dans les tables de temps de propagation.

Ces ondes ont été enregistrées par exemple dans le séisme du 25 Novembre 1941, aussi bien que dans la réplique de ce choc, le 26 Novembre. Elles apparaissent dans les deux chocs 5,3 secondes environ après les P_n.

Étant donnée la position de l'épicentre de ces deux secousses, les ondes longitudinales ont dû nécessairement arriver à Lisbonne venues de l'W. Ce fait a facilité la constatation que le type d'ondes qui nous intéresse a présenté dans ces deux chocs une composante transversale bien développée. Par conséquent il nous semble raisonnable d'admettre que ces ondes au moment de son arrivée à la surface de la Terre soient transversales.

Cependant on ne peut pas admettre qu'elles étaient déja transversales à la sortie du foyer; en effect dans cette hypothèse elles arriveraient à la surface de la Terre avec un retard sur les P_n beaucoup plus grand que 5,3 secondes. La petitesse de ce retard indique même qu'elles on dû être longitudinales dans la plus grande partie de leur parcours. L'hypothèse qui nous semble la plus simple et dont nous prétendons faire la vérification c'est qu'il s'agit d'ondes avec le parcours approximé des P_n, longitudinales du foyer jusqu'à la base de la croûte et transversales d'ici à la surface terrestre.

Visser et Berlage [1] et Matuzawa, Hasegawa et Haeno [2] ont crû verifier l'éxistence de ces deux types d'ondes dans des séismes lointains; ils ont expliqué par la faute accidentelle ou bien des P_n, on bien des ondes de ce type, la discordance entre les temps de début d'un séisme mesurés dans les sismogrammes horizontaux et ceux qu'on déduit des verticaux. Les différences rencontrées par ces auteurs entre les temps d'arrivée des deux ondes sont beaucoup plus petites que les nôtres; en les utilisant dans le calcul de l'épaisseur de la couche à l'intérieur de laquelle notre onde est transversale, on obtient des valeurs qui dépassent de très peu la dizaine de kilomètres. Les auteurs japonais mentionnent encore une troisième phase dont le retard relativement à P_n se ressemble plus de celui que nous avons observé dans les séismes à la distance de 7°.

Étant donnée la petitesse de la distance épicentrale (7° environ) nous avons crû convenable de ne pas appliquer à notre cas la formule de Visser et Berlage, parce que celle-ci a été déduite pour des séismes lointains. Nous avons par conséquent décidé déduire directement la différence des temps de propagation de P_n et de l'onde dont nous nous occupons.

Considérons un foyer séismique à la profondeur h et un rayon séismique sorti de ce foyer, longitudinal le long de tout le parcours et parvenant à un point A, sur la surface de la Terre, à la distance angulaire Δ de l'épicentre (rayon 1).

Considérons un deuxième rayon (rayon 2) dont la trajectoire coincide, dans le manteau, avec celle du rayon 1 mais qui, en arrivant

(1) Gerl. Beitr., z. Geophys., *19*, 147, 1928.
(2) Bull. Earthq. Research Institute, *4*, 85, 1928.

à la base de la croûte, se rend transversal et par conséquent se rapproche de la normale. Le rayon 2 parvient à la surface de la Terre en un point B plus rapproché de l'épicentre qu'A. Sa distance épicentrale peut se représenter par $\Delta - \partial\Delta$, $\partial\Delta$ étant la distance angulaire entre les deux points A et B.

Considérons finalement un troisième rayon (rayon 3) totalement longitudinal, qui parvient à la surface de la Terre précisément sur le point B, c'est-à-dire, dont la distance épicentrale est $\Delta - \partial\Delta$.

La différence t entre le temps d'arrivée de notre onde et celui de P_n est la différence entre les temps de propagation des rayons 2 et 3,

$$t = T(2) - T(3) = \{T(2) - T(1)\} + \{T(1) - T(3)\},$$

en désignant par T (1), T (2) et T (3) les temps de propagation des rayons 1, 2 et 3.

Les rayons 1 et 2 ont de comun la partie de la trajectoire qui correspond au manteau. La différence T (2) — T (1) dépend seulement de la croûte. Si nous pouvons la calculer, et bien aussi la distance $\partial\Delta$, la rélation précedente nous donnera t, étant donné qu'une table de temps de propagation de P_n pour la profondeur h nous donnera les temps T (1) et T (3).

La croûte présente, comme on sait, une différenciation en couches. Sa structure semble même posséder un certain degré de complexité. Cependant quelques auteurs ont obtenu de bons résultats en la considerant comme homogène. Ainsi par exemple Gutenberg [1] a obtenu pour les vitesses des ondes longitudinales et transversales respectivement $V_l = 5{,}5$ km/sec et $V_s = 3{,}23$ km/sec. Ces valeurs se rapprochent de ceux qu'a obtenu Mohorovicic [2].

Nous allons admettre que V_l et V_s ont ces valeurs en tous les points de la croûte et par conséquent que la partie des rayons contenue dans la croûte est rectiligne.

On déduit alors facilement les expressions suivantes.

$$\begin{cases} \partial\Delta = \Delta_l - \Delta_s \\ \Delta_l = r_l - \text{arc sin}\left(\dfrac{R_o - d}{R_o} \sin r_l\right) \\ \Delta_s = r_s - \text{arc sin}\left(\dfrac{R_o - d}{R_o} \sin r_s\right) \end{cases}$$

dans lesquelles, étant donné un rayon longitudinal qui incide dans la base de la croûte sous l'angle i_o, r_l représente l'angle de réfraction quand le rayon se réfracte en restant longitudinal, r_s est l'angle de réfraction quand le rayon se rend transversal, d est l'épaissseur de la croûte et R_o la distance de la base de celle-ci au centre de la Terre.

Admettons maintenant que la loi de variation de la vitesse V des ondes longitudinales dans le manteau en fonction de la distance R au centre de la Terre a la forme suivante

$$V = a - b\,R^2;\ a = 13{,}27;\ b = 1{,}34 \,.\, 10^{-7},$$

dans laquelle R est donné en kilomètres et V en km/sec. Cette expression donne pour les profondeurs de 40, 100 et 200 km respectivement, les valeurs 7,90, 8,00 et 8,17 km/sec. Dahm, selon Inglada [1] a trouvé experimentalement pour ces profondeurs les valeurs 7,94, 7,96, et 8,17 km/sec.

Supposons alors que la base de la croûte se trouve à 40 km de profondeur et considérons un rayon séismique qui atteint la profondeur maximum, h_m, de 70 km, soit 30 km au dessous de la croûte. La formule valable pour un rayon circulaire

$$\sin i_o = \frac{a - b\,R_o^2}{a - b\,R_m^2} \cdot \frac{R_m}{R_o},$$

dans laquelle c'est $R_m = R_l - h_m$, (R_l rayon de la Terre) nous donne $i_o = 81^\circ\ 30',0$. La formule

(1) B. Gutenberg. Gerl. Beitr. z. Geoph., *35*, 6, 1932.

(2) Publ. Bur. Centr. Sism. Inter., A., Trav. Scientifiques, *1*, 38, 1924.

(1) Vicente Inglada — Instituto Geofísico y Catastral, Espagne. Sección 1.ª, servicio de sismologia. Trabajos de investigación; n.º 1. Nomogramas. Tabla II, page 30, 1941.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2\,b\,R_m}{a - b\,R_m^2}$$

dans laquelle ρ représente le rayon de courbure du rayon séismique, nous donne $1/\rho = 2{,}1238 \,.\, 10^{-4}\ \mathrm{km}^{-1}$. La formule

$$\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\,\Delta_o = \frac{1}{1 + \dfrac{R_o}{\rho \sin i_o}} \,.\, \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} - i_o\right)$$

nous donne la distance épicentrale $\Delta_o = 7°\ 15',0$ à 40 km de profondeur. Les formules

$$\frac{\sin i_o}{\sin r_l} = \frac{V(R_o)}{v_l} \quad \text{et} \quad \frac{\sin i_o}{\sin r_s} = \frac{V(R_o)}{v_s}$$

nous donnent $r_l = 44°\ 00',7$ et $r_s = 23°\ 51',1$. Les formules

$$\Delta_l = (d/R_o)\ \mathrm{tg}\ r_l \quad \text{et} \quad \Delta_s = (d/R_o)\ \mathrm{tg}\ r_s$$

nous donnent $\Delta_l = 0°,348$ et $\Delta_s = 0°,159$. On voit que la distance épicentrale Δ vaut $\Delta_o + 0°,348 = 7°,598$ et que $\Delta - \delta\Delta$ vaut $\Delta_o + 0°,159 = 7°,408$.

Le parcours du rayon dans la croûte sera, dans le cas des ondes longitudinales, $d/\cos r_l = 55{,}62$ km ; et dans le cas des transversales, 43,73 km. Les temps employés par les rayons pour traverser la croûte seront alors respectivement $55{,}62/5{,}55 = 10{,}02$ secondes et $43{,}73/3{,}23 = 13{,}54$ secondes. Par conséquent on a

$$T(2) - T(1) = 13{,}54 - 10{,}02 = 3{,}52 \text{ secondes.}$$

Les tables de P. Caloi [1] nous donnent, pour $\Delta = 7°,60$ et $\Delta - \delta\Delta = 7°,41$:

$$T(1) = 1\text{ m } 56{,}5 \text{ sec} ; \quad T(3) = 1\text{ m } 53{,}9 \text{ sec.}$$

d'où

$$T(1) - T(3) = 2{,}6 \text{ secondes.}$$

Alors nous obtenons finalement

$$t = 3{,}52 + 2{,}6 = 6{,}1 \text{ secondes.}$$

Cette valeur de t est déja bien de l'ordre de grandeur de la valeur observée, bien que celle-ci soit un peut plus petite. Dans ces circonstances il nous semble pouvoir déja affirmer qu'il éxiste une grande probabilité que notre rayon séismique ait été réelement longitudinal jusqu'à la base de la croûte et transversal d'ici à la surface de la Terre.

En vue d'obtenir une concordance entre les retards observé et calculé, faisons varier l'épaisseur de la croûte.

Si la croûte a 30 km d'épaisseur nous avons, en considérant un rayon séismique qui atteint 60 km de profondeur, soit les mêmes 30 km au dessous de la croûte :

$i_o = 81°\ 30',0$; $\Delta = 7°,488$; $\Delta - \delta\Delta = 7°,346$; $T(2) - T(1) = 2{,}63$ secondes ; $T(1) - T(3) = 1\text{ m } 55{,}0 \text{ sec} - 1\text{ m } 53{,}0 \text{ sec} = 2{,}0$ secondes ; $t = 2{,}63 + 2{,}0 = 4{,}6$ secondes.

Par intérpolation on trouve l'épaisseur 35 km.

Il semble qu'on doit conclure que l'épaisseur de la croûte terrestre à Lisbonne est à peut-près 35 km.

Nous remercions Mr. le Prof. H. Amorim Ferreira, Directeur de l'Observatoire Central Météorologique de Lisbonne, des facilités, de l'encouragement et de l'interêt qu'il a preté à ce travail.

Julliet de 1942.

[1] Ricerca Scientifica, *10*, 394, 1939.

Intersectar, Intersecção
Interseptar, Intersepção

Não se trata de nenhuma poesia de molde futurista, como poderão ver mais adiante, mas sim de trazer «à baila» uma velha confusão, velha pelo menos dos meus tempos, é claro.

Já lá vão mais de sete anos, em que pela última vez nas suas aulas, o Prof. Maximiliano Gabriel Apolinário me convidava a *epigrafar* o novo assunto que ia expor e nas páginas desta revista terçava armas por uma terminologia técnica de feição o mais possível nacional, convidando a desembaraçarmo-nos da pressão que inevitàvelmente exercem a profusão das fontes de informação de origem estrangeira nas suas expressões: escrita e oral.

Se por um lado se torna difícil arranjar na nossa língua termos técnicos novos, para os quais por vezes se arranjam justificações mais do que duvidosas, por outro, nada desculpa que se confundam expressões como as que encimam estas notas, expressões essas utilizadas numa escola em que a clareza das idéias deve andar a par da precisão que lhe incute o espírito matemático.

Sucedeu que ha tempos, nuns rabiscos que aqui publiquei, o ilustre revisor se dignou alterar-me o intersecção para intersepção.

Voltaram-me à idéia os tempos do Prof. Borges de Sequeira, sempre amigo dos seus alunos, o que não impedia de com voz cortante e fria (como numa daquelas manhãs de Janeiro em que se acendia a salamandra que deitava pouco calor e muito fumo para dentro está bem de ver), que trespassava o «barracão» anunciar as «terríveis» intersecções, em que não faltava o famoso «bacalhau» e outras comidas exquisitas.

Lembro-me, também das discussões que havia na Associação do «velho» *Técnico,* em que o R. G. C., então formado em letras e ainda não engenheiro químico, tomava parte activa, com a autoridade da sua especialidade.

Era naquela meia-luz, enterrados em cadeirões chamados «à aviador» que se travavam as batalhas, no meio da zuada das bolas e do Bicker, quer preguntando se queríamos pagar a nossa cota, ou, se para tal não havia motivo, atormentando-nos com a história do Prof. Silveira, então estreante, não querer que êle fizesse funcionar o autoclismo porque lhe alterava o caudal de água das experiências que efectuava no 1.° andar, tudo isto acompanhado de uma cópia de pormenores e limpadelas de pó, dando a impressão de que era êle mesmo que o arranjava, só para o limpar...

Ora se não estou em êrro vinha tudo isto a propósito de *intersecção* e *intersepção,* indevidamente usadas uma pela outra, mas muitas vezes mais a última pela primeira.

Interseptar *(inter + septare),* significa: por um septo entre, separar, tirar a vista.

Intersectar *(inter + sectare)* significa: cortar entre; cortar, fazer um corte.

Quando olhamos, por exemplo, para uma paisagem, determinado objecto que não nos

deixe ver o que por detrás dêle se oculta, *intersepta-nos* a visão e *intersecta* os nossos raios visuais.

É o que se dá num eclipse de qualquer astro: há uma intersepção feita pelo astro que se entrepõe e oculta o astro eclipsado, isto é intersepta os nossos raios visuais e intersepta-nos o astro que desejaríamos ver.

Não é, portanto, fìsicamente possível a intersepção de duas rectas.

Pode haver *intersepção* de uma recta por um plano e não com um plano; usualmente, o que se procura é a intersecção.

No caso particular das sombras, procuram-se as *intersepções* produzidas *aos* raios luminosos, por determinados sólidos ou planos, à custa de intersecções.

Coisas de pouca monta, mas que convém ter claras.

M.

A CAPA DO NÚMERO ANTERIOR

A fotografia publicada na capa do n.º 138 da "Técnica" diz respeito não ao estado actual das obras da barragem de Santa Luzia, como por lapso foi indicado, mas sim a uma fase de construção um pouco menos recente.

PUBLICAÇÕES RECEBIDAS

Não periódicas

5 tipos de Cimento Portland — Eng.º Abílio de Azevedo Caldas Branco.

Concreto — 20 Tabelas — Dosagem em volume — Eng.º Abílio de Azevedo Carlos Branco.

A Revolução continua — Edição do S. P. N.

Associação Brasileira de Cimento Portland — Critérios de Resistência — Pelo Eng.º Telemaco Van Langendonck.

Publicações periódicas

ARGENTINA

BOLETIM DO INSTITUTO ARGENTINO DE RACIONALIZACIÓN DE MATERIALLES — Febrero de 1943.
CIÊNCIA Y TÉCNICA — Março de 1943.
TECNOQUÍMICA — Novembro de 1942.

BRASIL

ENGENHARIA — Janeiro e Fevereiro de 1943.
REVISTA POLITÉCNICA — Maio-Outubro de 1942.

COLOMBIA

MEMORIAL DEL ESTADO MAYOR — Setembro-Dezembro de 1943.

ESPANHA

CEMENTO — Maio de 1943.
DYNA — Maio de 1943.
REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS — Maio de 1943.
REVISTA DE FORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN PROFESIONAL — Novembro-Dezembro de 1943.

FRANÇA

ELECTRICITÉ — Março de 1943.
LA CHRONIQUE DES MINES COLONIALES — Abril de 1943.
MECANIQUE — Março de 1943.
TRAVAUX — Março de 1943.

HUNGRIA

TECHNIKA — Maio de 1943.

ITÁLIA

ANNALI DEI LAVORI PUBBLICI — Agôsto de 1942.
L'ELLETTROTECNICA — N.os 22, 23 e 24 de 1942 e 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 de 1943.
L'ORGANIZZAZIONE SCIENTIFICA DEL LAVORO — Maio de 1943.
L'INGEGNERE — Abril de 1943.

SUÍÇA

BULLETIN OERLIKON — Setembro-Outubro e Novembro-Dezembro de 1942.

PORTUGAL

BOLETIM DA JUNTA NACIONAL DE CORTIÇA — Abril de 1943.
BOLETIM DA MOCIDADE PORTUGUESA — Maio de 1943.
BROTÉRIA — Maio de 1943.
GAZETA DOS CAMINHOS DE FERRO — N.os 1331 e 1332.
GAZETA DE MATEMÁTICA — Maio de 1943.
GIL VICENTE — Março-Abril de 1943.
INDÚSTRIA PORTUGUESA — Maio de 1943.
OCIDENTE — Maio de 1943.
REVISTA DE ARTILHARIA — Maio de 1943.
REVISTA AGRONÓMICA — N.º 3 — 1942.
SEARA NOVA — N.os 825 a 828.

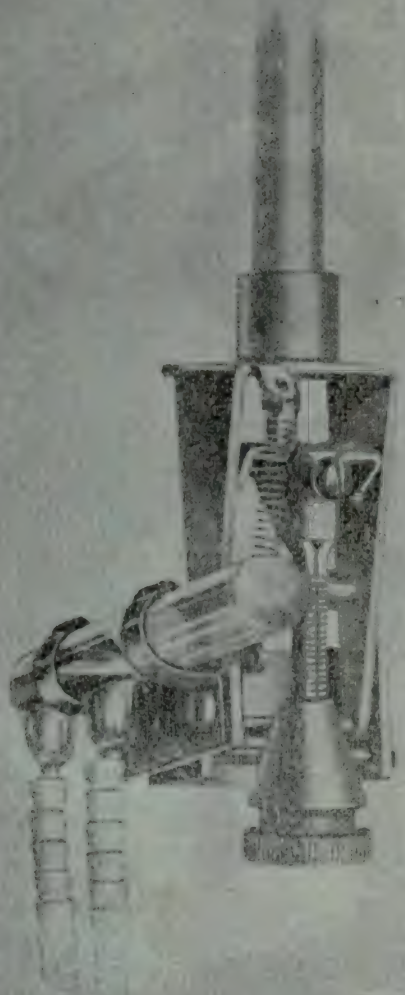
TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA, DOS ALUNOS DO I. S. T.

DIRECTOR: LUIZ DE ALMEIDA ALVES
ADMINISTRADOR: JOSÉ DE LUCENA
BIBLIOTECÁRIO: FAUSTO GONÇALVES HENRIQUES
CORPO REDACTORIAL: FERNANDO MOITINHO DE ALMEIDA, HENRIQUE DIAS BARRACAS, JOSÉ CARLOS PINHEIRO DA SILVA, MANUEL DOS SANTOS RÉZIO

Propriedade e Edição da A. E. I. S. T.

TERMOSTATOS



ING RICHARD

FONOVITS

KOMMANDITGESELLSCHAFT

WIEN

9, HERMANN GÖRINGPLATZ NO.

PARA ENTREGA IMEDIATA

Standard Electrica

Rua Augusta, 27
LISBOA
Tel. 23111 - 23112 - 23113

TABELAS TÉCNICAS

PARA

ENGENHARIA CIVIL

Compiladas por Nuno Abrantes
e A. Celestino da Costa

Sob a direcção do Prof. Vicente Ferreira

À Venda na

REDACÇÃO DA TECNICA

Preço 45$00

Para Assinantes 40$00

EMULSÕES

de asfalto para estradas

Todos os tipos e percentagens

TELEFONE 20879
Telegramas: Epalda—LISBOA

FÁBRICA EM SACAVÉM

Ao progresso servem os

APARELHOS KLEINEWEFER S

Os vários assuntos a que nos dedicamos, no ramo da construção de máquinas e aparelhos, exigem um trabalho constante e ininterrupto de desenvolvimento. As séries de anúncios que se seguem demonstram a especialidade dos nossos fabricos e o resultado duma perfeita colaboração existente entre todos os que trabalham na nossa emprêsa. Fruto da nossa experiência de muitos anos, as máquinas Kleinewefers significam tradição e progresso no melhor sentido.

JOH. KLEINEWEFERS SÖHNE
KREFELD
BERLIN · WIEN · HAMBURG

OFICINAS E LABORATÓRIOS

DO

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDE, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO e de ELECTROTÉCNICA, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

Emprêsa de Sondagens e Fundações

Teixeira Duarte, L.da

Sondagens geológicas

—

Consolidações do solo

—

Impermeabilização de rochas

—

Poços artezianos

—

Rebaixamentos do nível freático

—

Captações de água subterrânea

Poço arteziano em Pegões

Fundações de todos os géneros

—

Alicerces económicos

—

Estacas de todos os tipos

—

Consolidação de más fundações

—

Obras hidráulicas

—

Obras subterrâneas

Fundador e Director: **Eng. Ricardo E. Teixeira Duarte**

LISBOA — RUA AUGUSTA, 280, 3.°

TELEFONE 2 3962

SOCIEDADE ANÓNIMA

BROWN, BOVERI & CIE.

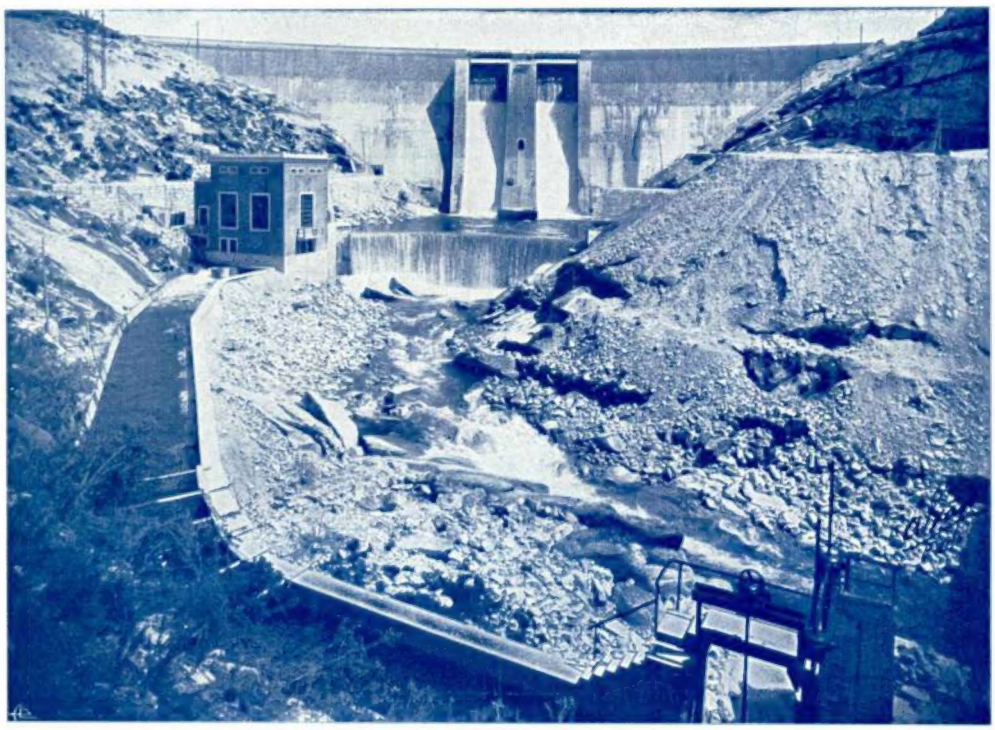
BADEN (SUISSA)

Representante geral para Portugal e Colónias:

EDOUARD DALPHIN

Escritório Técnico: Rua de Passos Manuel, 191, 2.º // PORTO // Tel. 2411

Máquinas eléctricas, transformadores, mutadores, aparelhos para alta e baixa tensão. Montagem completa de centrais termo e hidro-eléctricas. Electrificação de fábricas e de caminho de ferro. Locomotivas, e auto-motoras eléctricas e Diesel-eléctricas. Máquinas de extracção. Turbinas a vapor. Geradores de vapor Velox. Máquinas frigoríficas. Grupos e transformadores para a soldadura pelo arco. Fornos eléctricos. Comandos eléctricos especiais para tôdas as máquinas utilizadas nas Fábricas de Fiação, Tecelagem, Acabamentos, Estamparia, Cimento, Moagem, etc.



Barragem do Ermal, da Companhia Electro-Hidráulica de Portugal, com 20 milhões de metros cúbicos de capacidade da albufeira. Na parte central, duas comportas automáticas, da casa construtora «Ateliers des Charmilles», de 9 × 5 metros, para a evacuação das cheias. Em baixo, a central automática de Guilhofrei (I) com uma turbina vertical tipo Kaplan (Ateliers des Charmilles) de 2750 cavalos e o canal de condução da água à central do Ermal (central II) com uma turbina vertical tipo Francis de 6250 cavalos (Ateliers des Charmilles) e duas horizontais (Escher-Wyss) de 500 e 1500 cavalos. Tôda a parte eléctrica (alternadores, transformadores, aparelhos de 2000 e 30000 Volts) da casa BROWN, BOVERI & Cie.